Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ ВО "Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова"

Кафедра **высшей математики**

УТВЕРЖДАЮ
И.о. начальника УМУ
«31» 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В. ДВ.02 Дисциплины (модули) по выбору 23 (ДВ.2)

Б1.В.ДВ.02.01. Избранные вопросы высшей математики для физического образования.

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили): «Физика» и «Математика»

Квалификация выпускника: Бакалавр
Форма обучения – очная, заочная
Год приема – 2024

Форма обучения	Семестр	Трудоемкость	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Промежуточный контроль	СРС	Форма аттестации
очная	10	72	16	16			40	зачет
заочная	10	72	2	4		3	63	зачет

Махачкала, 2024

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью освоения дисциплины «**Избранные вопросы высшей математики для физического образования**» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей логического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике. Способен провести анализ и геометрическую интерпретацию формулировок и теорем и применять их при решении различных задач.	ПК-1.1. Применяет основные алгоритмы дисциплины во всех разделах математического знания. ПК-1.2. Владеет навыками математического моделирования при решении практических задач. ПК-1.3 Умеет доказывать изученные теоремы дисциплины. Умеет анализировать пройденный курс.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина **Б1.В.ДВ.02.01.** «**Избранные вопросы высшей математики для физического образования**» относится к дисциплине по выбору учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

Дисциплина **Б1.В.ДВ.02.01. Избранные вопросы высшей математики для физического образования** базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Вводный курс математики», «Элементарная математика».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математической статистики», «Дифференциальная геометрия», «Курсы по выбору»**,** выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1.

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1 -Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	- классические теоремы математического анализа, аксиоматическую теорию действительных чисел; методологические основы математических дисциплин.	- выбирать методы конструирования доказательства теорем и решения задач; оперативно использовать теоретические знания при решении задач исследовательского характера	- навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.
ПК – 1 – Способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение	-универсальный характер законов логики математических рассуждений; технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем.	- использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.	- навыками использования законов логики математических рассуждений в других областях человеческой деятельности; современными технологиями обновления и применения профессиональных знаний.

математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики.			

4.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы (72 часа). Дисциплина изучается в 7 семестре.

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	**Трудоёмкость**		
	час.	**В т.ч. по семестрам**	
		7	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	40	40	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:			

ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	**Трудоёмкость**		
	час.	**В т.ч. по семестрам**	
		7	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	2	2	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	4	4	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую			

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		7	
или индивидуальную работу обучающихся с преподава-телем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	64	64	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экза-мену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачет	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая тру-доёмкость в акад.часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Функции многих переменных	10	2		2	6
2	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	16	4/2		4/2	8
3	Интегральное исчисление функ-ций многих переменных	16	4/2		4/2	8
4	Числовые ряды	12	2		2	8
5	Функциональные последователь-ности и ряды	18	4/2		4/2	10
	Курсовое проектирование	*Х*				-
	Консультация к экзамену	*Х*				-
	Подготовка к экзамену (зачету)	*Х*				Х
	Итого:	72	16/6		16/6	40

заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая тру-доёмкость в акад.часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	24	2/2		2/2	20
2	Интегральное исчисление функ-ций многих переменных	24				22
3	Числовые ряды	24			2	21

	Курсовое проектирование	*Х*				-
	Консультация к экзамену	*Х*				-
	Подготовка к экзамену (зачету)					Х
	Итого:	72	2/2		4/2	63

5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

Тема 1. Функции многих переменных.

Евклидово пространство. Точечные множества в евклидовом пространстве. Определение понятия функции двух переменных. Определение функции многих переменных. Область определения функции многих переменных. График функции. Линии уровня.

Тема 2. Предел функции двух переменных.

Определение предела функции двух переменных по Коши и по Гейне. Определение предела функции многих переменных. Двойные и повторные пределы. Непрерывность функции двух переменных. Непрерывность сложной функции.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Частные производные первого и высших порядков функции двух переменных, смешанные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал функции двух переменных. Дифференциалы высших порядков. Производные и дифференциалы сложной и неявной функций. Производная по направлению. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Условный экстремум функции двух переменных, Необходимое и достаточное условия условного экстремума.

Тема 4. Интегральное исчисление функций многих переменных.

Квадрируемость множества. Понятие и существование двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла. Кубируемость множества. Понятие, основные свойства и вычисление интеграла.. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла. Криволинейный интеграл по координатам: понятие, существование, основные свойства и вычисление. Формула Грина, независимость криволинейного интеграла по координатам от пути интегрирования. Криволинейный интеграл по длине дуги: понятие, существование ,основные свойства и вычисление. приложения криволинейных интегралов.

Тема 5. Числовые ряды.

Начальные понятия. Геометрический и гармонический ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда, теорема об остатке ряда.. Критерий Коши. Положительные ряды. Признаки сравнения, Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Условная и абсолютная сходимость.

Тема 6. Функциональные последовательности и ряды.

Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий равномерной сходимости, Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Тема 7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Необходимый и достаточный признаки сходимости ряда Тейлора. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Тема 8. Тригонометрический ряд Фурье.

Понятие тригонометрического ряда Фурье. Достаточный признак сходимости ряда Фурье. Разложение функций в ряды Фурье в промежутке $[-\pi,\pi]$ и в произвольном промежутке $[-l,l]$. Разложение четных и нечетных функций в ряды Фурье.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1	Последовательности точек в n-мерном пространстве.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
2	Свойства функций, непрерывных на замкнутых множества.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
3	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	Подготовка сообщений к практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях.
4	Условный экстремум. Метод Лагранжа.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
5	Неявные функции, определяемые системой уравнений.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
6	Восстановление функции по её полному дифференциалу.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
7	Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки Рабе, Куммера, Бертрана.	Выполнение лабораторных, контрольных работ.
8	О перестановке членов в числовых рядах.	Решение практических и ситуационных задач.
9	Умножение абсолютно сходящихся рядов.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.

10	Некоторые косвенные формы разложения функций в степенные ряды.	Выполнение лабораторных, контрольных работ.
11	Вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов.	Решение практических и ситуационных задач.
12	Сходимость в среднем. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Средства текущего контроля успеваемости	Перечень компетенций
1	Функции многих переменных	Найти области определения функций: *а*) $z=\dfrac{2x+y}{x-y}$; *б*) $z=\arcsin\dfrac{x}{x+y}$.	УК-1, ПК-1
2	Предел функции двух переменных.	Вычислить двойные и повторные пределы функций в указанных точках, если они существуют: $z=\dfrac{xy}{1-\sqrt{xy+1}}$ в точке(0; 0); $z=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$ в точке $(\infty;\infty)$.	УК-1, ПК-1
3	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	1) Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции $z=\mathrm{tg}(x^2-y)$. 2) Вычислить приближенное значение выражения $\sqrt{4{,}05^2+3{,}07^2}$. 3) Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, заданной уравнением $y^x-x^y=2$. 4) Найти производную функции $z=\ln(x^2+y^2)$ в точке $A(3;4)$ в направлении точки $B(1;3)$.	УК-1, ПК-1

		5) Исследовать на локальный экстремум функцию $z=4x+2y-x^2-y^2$.	
4	Интегральное исчисление функций многих переменных.	1) Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \sin(x+y)dxdy,$ где область D ограничена линиями $x=0$, $y=x$, $0=\frac{\pi}{2}$ 2) Вычислить в полярных координатах двойной интеграл $\iint\limits_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,dxdy,$ где область D ограничена окружностью $x^2+y^2=1$. 3) Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x},$ $x=4$, $y=0$. 4) Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_T (xy+z)dxdydz,$ где область T ограничена поверхностями $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=3$. 5) Вычислить криволинейный интеграл по координатам: $\int\limits_L ydx+2xdy,$ L – дуга параболы $y=x^3$ от точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 8)$. 6) Показать. что интеграл $\oint\limits_C (3x^2y+2y^3)dx+(x^3+6xy^2)dy$ по любому замкнутому контуру C, содержащемуся в односвязной области D, равен нулю.	УК-1, ПК-1

5	Числовые ряды.	1) Исходя из определения, исследовать сходимость ряда $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n-1)(n+2)}$. 2) По необходимому признаку исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-2)^n$. 3) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2-3}$ по первому признаку сравнения. 4) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2}{n^6+1}$ по второму признаку сравнения. 5) Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши: *а)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n(n+1)}$; *б)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$. 6) Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды: *а)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2}$; *б)* $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{n(2^n+3)}$.	УК-1, ПК-1,
6	Функциональные последовательности и ряды.	1) Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности $f_n(x)=\frac{nx}{nx^2+1}$. 2) Найти области сходимости функциональных рядов: *а)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n\cos x}}$; *б)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{3x+5^n}$. 3) Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках: *а)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^2}$, $(-\infty,+\infty)$;	ПК-1,

		б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\sqrt{n}}, \quad [-1,1].$	
7	Степенные ряды.	1) Найти области сходимости степенных рядов: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$. 2) Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда: а) $f(x)=x^2e^{-2x}$; б) $f(x)=\frac{1}{x^2+5x-6}$. 3) Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi<x<0,\\ \frac{x^2}{\pi}, & 0\le x<\pi.\end{cases}$	ПК-1,

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

В университете БРС применяется при реализации всех дисциплин (в том числе при оценивании курсовых работ (проектов)) и практик, установленных учебными планами ОП ВО.

Оценка обучающегося по дисциплине в БРС формируется из:

- баллов, полученных при проведении текущего контроля успеваемости;
- баллов, полученных на промежуточной аттестации.

Баллы, полученные обучающимся при проведении текущего контроля успеваемости, представляют собой сумму баллов, полученных по контрольным точкам, а также дополнительных и премиальных баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости фиксируются в единых для всего университета контрольных срезах, устанавливаемые после определенного периода обучения. Для очной формы обучения устанавливаются 2 контрольных среза в каждом семестре. Для заочной – по результатам итогового контроля освоения дисциплины.

По каждому контрольному срезу обучающемуся начисляются баллы за:

- посещаемость в оцениваемый период (20%);
- результаты обучения по (80%):

а) освоенным за оцениваемый период разделам и (или) темам (очная форма обучения);

б) дисциплине (очно-заочная и заочная форма обучения).

По дисциплине обучающемуся могут быть начислены:

- дополнительные баллы;
- премиальные баллы.

Перевод оценок из пятибалльной системы оценивания в 100-балльную по дисциплинам и практикам, а также оценок обучающихся, переведенных в университет из других организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых БРС не применялась, и в других подобных случаях осуществляется следующим образом:

- «отлично» - 85-100 баллов;

- «хорошо» - 70-84 баллов;

- «удовлетворительно» - 51-69 баллов;

- «зачтено» - 51 балл.

Максимальное количество баллов обучающегося по одной дисциплине (включая баллы, полученные при проведении текущего контроля успеваемости, и баллы, полученные на промежуточной аттестации) составляет 100 баллов.

Если средний рейтинговый балл студента по дисциплине гарантирует ему положительную оценку, в соответствии со шкалой оценок, то преподаватель обязан при желании студента выставить соответствующую оценку без итогового контроля, проставив полученный им средний рейтинговый балл.

Студент может повысить свой рейтинговый балл, проходя итоговый контроль, но при этом весомость набранного в ходе текущего контроля среднего рейтингового балла составляет: 0,5 (50%).

По дисциплине с итоговым контролем – «зачет» студент допускается к сдаче зачета только в том случае, если его средний рейтинговый бал по итогам срезов составляет 30 и выше. В противном случае он автоматически получает – «незачтено». Если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 51 и выше, он автоматически получает – «зачтено».

В случаях, когда студент желает повысить свой рейтинговый балл и принимает решение участвовать в промежуточной аттестации, то весомость среднего рейтинговых баллов, полученных при проведении **текущего контроля** успеваемости и полученных на промежуточной аттестации составляет: 0,5 (50%) и 0,5 (50%).

При проведении текущего контроля успеваемости преподаватель может учесть дополнительные баллы в качестве премиальных баллов, начисляемых обучающемуся:

- определения дополнительных баллов по научно-исследовательской деятельности

Показатель	**Баллы**
Публикация статьи в журнале, сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции	От 5 до 10
Публикация тезисов статьи в сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции, депонирование статьи	От 5 до 10
Доклады на конференциях: внутривузовских, межвузовских, всероссийских и международных	От 5 до 10
Участие в конкурсах грантов: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 10 до 15
Участие в конкурсах НИРС: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 5 до 10
Участие в изготовлении демонстрационных материалов, наглядных и учебно-методических пособий и т.д.	От 5 до 10
Получение патента, свидетельства на охрану интеллектуальной собственности	От 10 до 15
Участие в вузовской, межвузовской, всероссийской олимпиадах	От 5 до 10

Внедрение результатов исследований в учебный, производственный процесс	От 5 до 10

- определения дополнительных баллов по общественной деятельности

Показатель	**Баллы**
Участие в организационной структуре факультета: староста группы, курса, профорг студентов факультета и т.д.	От 10 до 15
Организация разовых общественных акций на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в культурно-массовых мероприятиях на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в вузовских спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в городских, областных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в российских, международных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 20

Весомость среднего рейтингового балла и баллов, полученных на пересдаче, составляет соответственно: 0,3 (30%) и 0,7 (70%).

Если студент после пересдачи не получил положительной оценки, то он в установленные вузом сроки идет на комиссионную пересдачу дисциплины.

Весомость среднего балла, полученного при комиссионной сдаче, составляет, соответственно 0 (0%) и 1 (100%), а баллы, полученные при повторной сдаче – аннулируются.

Студент, пропустивший текущий контроль по уважительной причине (болезнь или иные причины, подтвержденные документально), должен его пройти до сдачи следующего промежуточного контроля по дисциплине. Для этого с разрешения декана факультета, директора института формируется индивидуальная балльно-рейтинговая ведомость.

Итоговая оценка по результатам освоения дисциплины выставляется по 5-балльной шкале или в зачетном формате (в соответствии с формой промежуточной аттестации по дисциплине, установленной учебным планом).

Итоговая оценка заносится в экзаменационную (зачетную) ведомость и зачетную книжку студента.

Итоговый государственный экзамен по специальности оценивается по 100 – балльной шкале.

Правила перевода оценок из 100-балльной системы в пятибалльную систему приведены в таблице 1.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине, практике	**Отрицательная оценка**	**Положительные оценки**		
Зачет	**Не зачтено** (менее 50 баллов)	**Зачтено** (более 50 баллов)		
Курсовая работа Зачет с оценкой Экзамен	**Неудовлетворительно** (менее 50 баллов)	**Удовлетворительно** (51-69 баллов)	**Хорошо** (70-84 баллов)	**Отлично** (85-100 баллов)

7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

1. Семестр – 7; форма аттестации – зачет.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа 1 (разделы 1,2,3)

***Вариант* 1.**

1.Найти области определения функций:

а) $z=\dfrac{2x+y}{x-y}$; *б*) $z=\arcsin\dfrac{x}{x+y}$.

2.Вычислить двойные и повторные пределы функций в указанных точках, если они существуют:

а) $z=\dfrac{xy}{1-\sqrt{xy+1}}$ в точке (0; 0); *б*) $z=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$ в точке (∞; ∞).

3.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$z=\mathrm{tg}(x^2–y)$.

4.Вычислить приближенное значение выражения

$\sqrt{4{,}05^2+3{,}07^2}$.

5.Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, заданной уравнением

$y^x–x^y=2$.

6.Найти производную функции $z=\ln(x^2+y^2)$ в точке $A(3; 4)$ в направлении точки $B(1; 3)$.

7Исследовать на локальный экстремум функцию $z=4x+2y–x^2–y^2$.

***Вариант* 2.**

1.Найти области определения функций:

а) $z=\dfrac{x-y}{\ln x}$; *б*) $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$.

2.Вычислить двойные и повторные пределы функций в указанных точках, если она существуют:

а) $z=\dfrac{\sin xy}{x}$ в точке (0; 0); *б*) $z=\dfrac{x^2+y}{x^2-y}$ в точке (0; 0).

3.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$z=\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}$.

4.Вычислить приближенное значение выражения

$2{,}01^{3{,}03}$.

5.Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, из уравнения

$y=x– \ln y$.

6.Найти производную функции $z=\arcsin(x–y)$ в точке $A(1; 3)$ в направлении точки $B(6; 7)$.

7.Исследовать на локальный экстремум функцию

$z=xy^2(1-x-y)$.

Вариант 3.

1.Найти области определения функций:

а) $z=\dfrac{x^2y^2}{\sqrt[4]{x+y-1}}$; *б*) $z=\ln(x^2-3x-y+2)$.

2.Вычислить двойные и повторные пределы функций в заданных точках, если они существуют:

а) $z=\dfrac{tgxy}{y}$ в точке $(0; 0)$; *б*) $z=\dfrac{x+y}{x}$ в точке $(\infty; \infty)$.

3.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$z=x\ln\dfrac{y}{x}$.

4.Вычислить приближенное значение выражения

$\sqrt{1{,}01^3+1{,}98^3}$.

5.Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, заданной уравнением $5-x=\arcsin(x+y)$.

6.Найти производную функции $z=\sqrt{x^2+y^2}$ в точке $A(1; 1)$ в направлении точки $B(3; 2)$.

7.Исследовать на локальный экстремум функцию $z=x^2-xy+y^2$.

Вариант 4.

1.Найти области определения функций:

а) $z=arctg\sqrt{xy}$; *б*) $z=\sqrt{x^2+y^2-1}+\sqrt[6]{x-y}$.

2.Найти двойные и повторные пределы функций в указанных точках, если они существуют:

а) $z=\dfrac{\sqrt{xy+9}-3}{xy}$ в точке $(0; 0)$; *б*)$z=y\sin\dfrac{1}{x}$ в точке $(0; 0)$.

3.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции $z=\ln\cos(x+y)$.

4.Вычислить приближенное значение выражения

$\sqrt{3{,}97+3{,}03}$.

5.Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, заданной уравнением $x^2+y+\ln(x^2-y^2)=a^2$.

6.Вычислить производную функции $z=x^2y^2$ в точке $A(1; 2)$ в направлении точки $B(5;4)$.

7.Исследовать функцию $z=x^3+y^3-15x$ на экстремум.

Контрольная работа 2 (раздел 4)

***Вариант* 1.**

1. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D \cos(x+y)\,dxdy$$, где область D ограничена линиями

$x=0,\ y=x,\ y=\pi.$

2. Вычислить в полярных координатах двойной интеграл

$$\iint\limits_D \sqrt{16-x^2-y^2}\,dxdy,$$ где область D ограничена окружностью $x^2+y^2=16$.

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $xy=4$, $x+y-5=0$.

4. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_T (xz+y)\,dxdydz$$ по области T, ограниченной поверхностями $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=-1$, $z=1$.

5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам:

$$\int\limits_L (2-y)dx+xdy,$$ L – арка циклоиды $x=t-\sin t$, $y=1-\cos t$, $0\le t\le 2\pi$.

6. Показать, что интеграл

$$\oint\limits_C 2y\cos x dy - y^2 \sin x dx$$

по любому замкнутому контуру C, содержащемуся в односвязной области D, равен нулю.

***Вариант* 2.**

1. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D (x^2+y)\,dxdy,$$ где область D ограничена линиями $y=x^2,\quad y=\sqrt{x}.$

2. Вычислить в полярных координатах двойной интеграл

$$\iint\limits_D (x^2+y^2)\,dxdy,$$ где область D ограничена окружностью $x^2+y^2=2ax$.

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y^2=4x+4$, $x+y=2$.

4. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_T z\sin(x+y)\,dxdydz,$$ где область T ограничена поверхностями $x=0$, $x=\pi$, $y=0$, $y=\pi$, $z=0$, $z=1$.

5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам:

$$\int_L (x+y)dx + (x-y)dy,$$

L - окружность $x^2+y^2=4$.

6. Показать, что интеграл

$$\oint_C \sin^2 y dx + x\sin 2y dy$$

по любому замкнутому контуру C содержащемуся в односвязной области D, равен нулю.

***Вариант* 3.**

1. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2x-y)dxdy,$$

где область D ограничена линиями $y=x^2$, $y=4$.

2. Вычислить в полярных координатах двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy,$$

где область D ограничена окружностью $x^2+y^2=a^2$.

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: $xy=e$, $y=e^x$, $y=1$.

4.Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_T (x+y+z)^2 dxdydz,$$

где область T ограничена поверхностями: $x+y+z=1$, $x=0$. $y=0$, $z=0$.

5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам:

$$\int_L (4x+y)dx + (x+4y)dy,$$

L – дуга параболы $y=x^4$ от точки $A(1;\ 1)$ до точки $B(-1;\ 1)$.

6. Показать, что интеграл

$$\oint_{\tilde{N}} 2x\ln y dx + \frac{x^2}{y}dy$$

по любому замкнутому контуру C, содержащемуся в одно связной области D, равен нулю.

***Вариант* 4.**

1 Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sin(x+y)dxdy,$$

где область D ограничена линиями $x=0$, $y=x$, $y=\frac{\pi}{2}$

2 Вычислить в полярных координатах двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,dxdy,$$

где область D ограничена окружностью $x^2+y^2=1$.

3 Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$ $x=4$, $y=0$.

4Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_T (xy+z)\,dxdydz,$$

где область T ограничена поверхностями $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=3$.

5 Вычислить криволинейный интеграл по координатам:

$$\int_L ydx+2xdy,$$

L – дуга параболы $y=x^3$ от точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 8)$.

6 Показать. что интеграл

$$\oint_C (3x^2y+2y^3)dx+(x^3+6xy^2)dy$$

по любому замкнутому контуру C, содержащемуся в односвязной области D, равен нулю.

Пятый семестр (форма контроля -зачет)

Контрольная работа 3 (раздел 5)

***Вариант* 1.**

1.Исходя из определения сходимости, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-3n+2}.$$

2.По необходимому признаку сходимости, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\cdot\frac{n^2+2n}{n^3+3}.$$

3.Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+7}{n^5}$$ по первому признаку сравнения.

4.Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3+5n^2}{n^4+1}$$ по второму признаку сравнения.

5.Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln^n(n+1)}$.

6.Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопеременные ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2n)!}{n!4^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2}{n^2\sqrt{n}+3}$.

***Вариант* 2.**

1.Исходя из определения, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}.$$

2.По необходимому признаку исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^n.$$

3.Исследовать сходимость ряда

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{n\sqrt{n^3}}$ по первому признаку сравнения.

4.Исследовать сходимость ряда

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2+1}{2n^4+3}$ по второму признаку сравнения.

5.Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+1}{2^{n-1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$.

6.Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2\cdot5\cdot8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{(2n+1)3^n}$.

***Вариант* 3.**

1.Исходя из определения, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}2^{n-1}.$$

2.По необходимому признаку исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2+3}{n+1}.$$

3.Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+3)}$ по первому признаку сравнения рядов.

4.Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+n}}$ по второму признаку сравнения.

5.Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{(n+1)!};\qquad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{3n+2}.$$

6.Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2}{5n^3+4};\qquad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n}{n^4}.$$

***Вариант* 4.**

1.Исходя из определения, исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n-1)(n+2)}.$$

2.По необходимому признаку исследовать сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-2)^n.$$

3.Исследовать сходимость ряда по первому признаку сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2-3}.$$

4.Исследовать сходимость ряда по второму признаку сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2}{n^6+1}$$

5.Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n(n+1)};\qquad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n.$$

6.Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2};\qquad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{n(2^n+3)}.$$

Контрольная работа 4 (раздел 6)

***Вариант* 1.**

1.Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности

$$f_n(x)=\frac{n^2}{n^2(x^2+1)+x}.$$

2.Найти области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x(x+n)}{n}\right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin\frac{x}{2^n}$.

3.Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$, $(0,\,2)$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2x^2+n}$, $\left[0,\,\frac{\pi}{2}\right]$.

***Вариант* 2.**

1.Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности $f_n(x)=\frac{x^n}{x^n+1}$.

2.Найти области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2x^2}{2+n^3x^3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2x^2+1}$.

3.Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3e^{n^3x^3}}$, $(-\infty,+\infty)$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin\frac{x}{n}$, $(-\infty,+\infty)$.

***Вариант* 3.**

1.Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности $f_n(x)=\frac{n}{2^{nx^2}}$.

2.Найти области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2+x^3}{n}\right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{e^{nx}}$.

3.Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{n^2x^2+n}$, $[0,1]$. б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4\cos nx}{3^n}$, $(-\infty,+\infty)$.

***Вариант* 4.**

1.Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности $f_n(x)=\frac{nx}{nx^2+1}$.

2.Найти области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n\cos x}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{3x+5^n}$.

3.Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^2}$, $(-\infty,+\infty)$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\sqrt{n}}$, $[-1,1]$.

Контрольная работа 5 (разделы 7и 8)

***Вариант* 1.**

1.Найти области сходимости степенных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{\sqrt[3]{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(n+1)!}$.

2.Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда:

а) $f(x)=x\ln(1+x^2)$; б) $f(x)=\frac{1}{x^2-3x+2}$.

3.Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x<0,\\ x^2, & 0\le x<\pi.\end{cases}$$

***Вариант* 2.**

1.Найти области сходимости степенных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n^2}}{n^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-x)^{2n}}{\sqrt{n}}$.

2.Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда:

а) $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $f(x)=\frac{1}{2x^2+5x=3}$.

3.Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}-\sin x, & -\pi<x<0,\\ x, & 0\le x<\pi.\end{cases}$$

***Вариант* 3.**

1.Найти области сходимости степенных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^{n-1}\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{n+1}}{(n+1)^n}$

2.Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда:

а) $f(x)=x\sin^2 x$; б) $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$.

3.Разложить в ряд Фурье функции

$$f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x<0, \\ \sin x, & 0\le x<\pi. \end{cases}$$

***Вариант* 4.**

1.Найти области сходимости степенных рядов:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2x^n}{(2n)!};\qquad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}.$$

2.Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда:

$$a)\ f(x)=x^2e^{-2x};\quad б)\ f(x)=\frac{1}{x^2+5x-6}.$$

3.Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases} -x, & -\pi<x<0, \\ \dfrac{x^2}{\pi}, & 0\le x<\pi. \end{cases}$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Контрольная работа №1 (Четвертый семестр).

Вариант первый

1.Найти и построить область определения функции

$z=\sqrt[3]{x+y}+\arccos(xy).$

2.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$z=\sqrt{2xy+y^2}.$

3.Исследовать на локальный экстремум функцию $z=x^2+xy+2y^2-3x-6y$.

5.Вычислить в прямоугольных координатах интеграл

$\iint\limits_D (x+2y)dxdy,$ по области D, ограниченной линиями $y=x^2,\quad y=\sqrt{x}$

6.Вычислить интеграл, если область D – полукруг $(x-a)^2+y^2\le a^2$, $y\ge 0$.

$\iint\limits_D ydxdy,$

7.Вычислить интеграл по области D: $0\le x\le 1$, $0\le y\le 2$, $x^2\le z\le x$.

$\iiint\limits_T xdxdydz,$

8.Вычислить криволинейный интеграл по координатам

$$\int_L ydx - x^2dy$$

по линии L:

$$y = \begin{cases} x^2, & 0 \le x \le 1, \\ -x+2, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

от начала координат до точки M2; 0).

9.Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L \frac{dl}{x-y}$$

по прямой x-2y-4=0 от точки $M(0; -2)$ до точки $N(4; 0)$.

Вариант второй.

1.Найти и построить область определения функции

$$z = 2^{\sin x} + \sqrt{\ln(y+x)}.$$

2.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$$z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$$

3.Исследовать на локальный экстремум функцию $z=xy^2-x^2y^2-xy^3$, $x>0$, $y>0$.

4.Вычислить в прямоугольных координатах интеграл

$$\iint_D xydxdy$$ по области D, ограниченной линиями $x+2y=2$, $2y-x=2$.

5.Вычислить интеграл

$$\iint_D \frac{dxdy}{x^2+y^2+1},$$ если область D ограничена линиями $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$.

6.Вычислить интеграл

$$\iiint_T (1-2y)dxdydz$$ по области T: $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 3-x$, $0 \le z \le 1$.

7.Вычислить криволинейный интеграл по координатам

$$\int_L xdx + ydy$$

по линии $$y = \begin{cases} e^x, & -1 \le x \le 0, \\ 1, & 0 \le x \le 2 \end{cases}$$ от точки $M(-1; e^{-1})$ до точки $N(2; 1)$.

8.Найти функцию $w(x, y)$ по её полному дифференциалу

$dw=6xy^2dx+(6x^2y+3y^2)dy$.

9.Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$$

по первой четверти окружности $x=r\cos t$, $y=r\sin t$.

Вариант третий.

1.Найти и построить область определения функции

$z=\sqrt[4]{y-(x-1)^2}$.

2.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции

$z=e^{xy}$.

3.Исследовать на локальный экстремум функцию $z=2x^2+xy-y^2-x-3y$.

4.Вычислить в прямоугольных координатах интеграл

$\iint\limits_D (x^2+y^2)\,dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y=x$, $x+y=2$, $y=0$.

5.Вычислить интеграл

$\iint\limits_D arctg\frac{y}{x}\,dxdy$ в полярных координатах по области D, ограниченной полуокружностью $x^2+y^2=1$ и осью ординат, $x\geq 0$.

6.Вычислить интеграл

$\iiint\limits_T ydxdydz$ по области D: $0\leq x\leq 2$, $0\leq y\leq 1$, $y^2\leq z\leq y$.

7.Вычислить криволинейный интеграл

$\int\limits_L xdy$ по координатам по линии $y=\begin{cases} x+1, & -1\leq x\leq 0, \\ 1-\frac{x}{3}, & 0\leq x\leq 3 \end{cases}$

от точки $M(-1;\,0)$ до точки $N(3;\,0)$.

8.Найти функцию $w(x,y)$ по её полному дифференциалу

$dw=2xdx+\cos ydy$.

9.Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги

$\int\limits_L ydl$ по параболе $y=\frac{1}{3}x^3$ от начала координат до точки Ì $\left(1;\frac{1}{3}\right)$.

Вариант четвертый.

1.Найти и построить область определения функции $z=\mathrm{arc}tg(y-x^3)$.

2.Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции $z=\sin^2(xy)$.

3.Исследовать на локальный экстремум функцию $z=x^2+6xy+y^2-2x-38y$.

4.Вычислить в прямоугольных координатах интеграл

$$\iint_D (2x+y)\,dxdy$$ по области D, ограниченной линиями $x=y^2$, $x=1$.

5.Вычислить интеграл

$$\iint_D (x^2+y^2)\,dxdy$$ в полярных координатах по области D, ограниченной окружностью $x^2+(y+2)^2=4$.

6.Вычислить интеграл

$$\iiint_T (1-2z)\,dxdydz$$ по области D: $0\le x\le 2$, $0\le y\le 1$, $0\le z\le 2-x$.

7.Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L y\,dx$$ по координатам по линии $$y=\begin{cases}2x^3, & 0\le x\le 1,\\ -x+3, & 1\le x\le 3\end{cases}$$

от начала координат до точки $M(3{:}\ 0)$.

8.Найти функцию $w(x, y)$ по её полному дифференциалу

$dw=-\sin x dx+2y dy$.

9.Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги

$$\int_L \frac{dl}{x+y}$$ по прямой $x-y+2=0$ от точки $M(2;\ 4)$ до точки $N(1;\ 3)$.

Контрольная работа № 2 (Пятый семестр)

Вариант первый.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+5}{n^3-4n}$; *б)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-1}{2n+1}$; *в)* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}$; *г)* $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-3}{3n+5}\right)^n$.

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1-x^n}.$$

4. Исследовать ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n+2^n}$$ на отрезке $[-1, 1]$ на равномерную сходимость.

5. Найти радиус сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)x^n}{(2n+1)}.$$

6. Написать разложение функции $f(x)=\operatorname{arctg}x$ в ряд Маклорена.

Вариант второй.

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^n}$; *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)!!}{n!\cdot 3^n}$; *в*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{n+2}$; *г*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln^n n}$.

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x^2+nx}{n}\right)^n.$$

4. Исследовать ряд

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n!}$ в промежутке $(-\infty, +\infty)$ на равномерную сходимость.

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{3^{n+1}}.$$

6. Найти первые пять членов разложения функции $f(x)=\ln(x^2+1)$ в ряд Маклорена.

Вариант третий.

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)(2n-1)}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+5n-1}{n^2+7}$; *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n}{3n-1}\right)^n$; *в*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^3+n}}$; *г*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{5^n}$.

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

4. Исследовать в промежутке $(-\infty, 0]$ ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{nx}}{n^3}$$ на равномерную сходимость.

5. Найти радиус сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}3^{n^2}x^{n^2}.$$

6. Найти разложение функции $f(x)=\cos 3x$ в ряд Маклорена.

Вариант четвертый.

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n+5}$; *б*) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n^3+1}$; *в*) $\sum_{n=1}^{\infty}n\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{3^n}$; *г*) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{n}\right)^n$.

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x}{2x+1}\right)^n.$$

4. Исследовать ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 nx}{x^3+1}$$ в промежутке $(-\infty, +\infty)$ на равномерную сходимость.

5. Найти радиус сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2}\right)^n.$$

6. Найти первые пять членов разложения функции $f(x)=\mathrm{ctg}\,x$ в ряд Тейлора по степеням $x-\frac{\pi}{2}$.

Тесты по разделу

«Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

1. Определить вид множеств

а) $D=\{(x,y)|\ x^2+y^2<1,\ y-x>0\}$; *б*) $D=\{(x,y)|\ e^x\le y<-x^2+2)$:

Ответы:

1) оба множества открытые и ограниченные; 2) оба множества замкнутые и ограниченные; [3)] множество *а*) открытое и ограниченное, множество *б*) ограниченное, но неоткрытое и незамкнутое; 4) множество *а*) открытое и ограниченное, множество *б*) замкнутое и неограниченное; 5) оба множества замкнутые и неограниченные; 6) оба множества открытые и неограниченные.

2. Найти область определения функции $z=\ln\sqrt{y-x^2}$.

Ответы: 1) $y\ge x^2$; 2) $y\ne x^2$; 3) $x>0,\ y>0$; 4) $\sqrt{y-x^2}>0$; [5)] $y>x^2$; 6)$\forall x\in R,\ y>0$.

3. Предел $\lim\limits_{(x,y)\to(\infty,\infty)}\dfrac{x^2+y^2}{x^3y^2}$ равен:

Ответы: 1) ∞; 2) 1; 3) не существует; [4)] 0.

4. Предел функции $z=\dfrac{x^2y^2}{x^4+y^4}$ в точке (0; 0) равен:

1) ∞; 2) 0; 3) 5; [4)] не существует.

5. Повторные пределы функции $z=\dfrac{x^2+y^2}{x^4y^4}$ в точке (0; 0) равны:

Ответы: 1) 0 и ∞; [2)] ∞ и ∞; 3) 0 и 1; 4) 2 и 2.

6. Предел функции $z=(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}$ в точке $(\infty;\infty)$ равен:

Ответы: 1) не существует; 2) 0; [3)] 1; 4) ∞.

7. Повторные пределы функции $z=\dfrac{x}{x+y}$ в точке (0; 0) равны:

Ответы: [1)] 0 и 1; 2) 2 и –3; 3) 0 и ∞; 4) ∞ и ∞.

8. Частные производные первого порядка функции $z=\mathrm{tg}(x^2+y)$ в точке $(0;\pi)$ равны:

Ответы:

[1)] $z'_x(0;\pi)=0,\quad z'_y(0;\pi)=1;$ 2) $z'_x(0;\pi)=1,\quad z'_y(0;\pi)=0;$

3) $z'_x(0;\pi)=0,\quad z'_y(0;\pi)=0;$ 4) $z'_x(0;\pi)=1,\quad z'_y(0;\pi)=1.$

9. Найти дифференциал первого порядка функции $z=y\sin x-x^3+y^3$ в точке (0; 1):

Ответы:

1) $dz(0;1)=5dx+2dy$; 2) $dz(0;1)=dx+dy$;

[3)] $dz(0;1)=dx+3dy$; 4) $dz(0;1)=dx-dy$.

10. Найти дифференциал второго порядка функции $z=xy+x\sin y$ в точке (0;0):

Ответы:

1) $d^2z(0;0)=dx^2+2dxdy+dy^2$; [2)] $d^2z(0;0)=2dxdy$;

3) $d^2z(0;0)=2dx^2-dy^2$; 4) $d^2z(0;0)=0$.

11. Найти дифференциал первого порядка функции $z=x^y$ в точке (e; 1):

Ответы:

[1)] $dz(e;1)=dx+edy$; 2) $dz(e;1)=7dx+dy$;

3) $dz(e;1)=dx+dy$; 4) $dz(e;1)=edx-dy$;

12. Смешанная производная z''_{xy} функции $z=\cos^2(x+y)$ в точке $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ равна:

Ответы:

[1)] $z''_{xy}\left(0;\frac{\pi}{2}\right)=2$; 2) $z''_{xy}\left(0;\frac{\pi}{2}\right)=1$; 3) $z''_{xy}\left(0;\frac{\pi}{2}\right)=-3$; 4) $z''_{xy}\left(0;\frac{\pi}{2}\right)=3$.

13. Смешанная производная z''_{xy} функции $z=xy\ln(xy)$ равна:

Ответы:

1) $1-\ln(xy)$; 2) xy; 3) $y+\ln(xy)$; [4)] $2+\ln(xy)$.

14. Производная неявной функции $y = y(x)$, определенной уравнением $\ln(x^2+y^2)=a$, равна:

Ответы:

1) $y'_x=-\frac{x}{x^2+y^2}$; [2)] $y'_x=-\frac{x}{y}$; 3) $y'_x=-\frac{y}{x}$; 4) $y'_x=-\frac{y}{x^2+y^2}$.

15. Частная производная по x неявной функции $z=z(xy)$, определенной уравнением $xz+z^2+x^2+y^3=0$, равна:

Ответы:

[1)] $z'_x=-\frac{z+2x}{x+2z}$; 2) $z'_x=-\frac{z+2y}{z-2y}$; 3) $z'_x=-\frac{z-2x}{x+2z}$; 4) $z'_x=\frac{2y}{z+2y}$.

16. Найти сумма частных производных z'_x, z'_y функции $z=x^{2y}$ в точке (1; 1) равна:

Ответы:

1) 3; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1; [4)] 2.

17. Функция $z=x^2+y^2-2x-2y$ имеет минимум в точке:

Ответы: 1) ((1; 2); 2) (0; –1); [3)] (1; 1); 4) (–1;0).

18. Функция $z=-x^2-y^2+4x+2y-1$ имеет максимум в точке:

Ответы:

1) (1; 2); [2)] (2;1); 3) (0; 2); 4) не имеет максимума.

19. Стационарная точка функции $z = \dfrac{\ln x}{y} + x$ имеет следующие координаты:

Ответы:

[1)] (1; –1); 2) (2; 2); 3) (–1; 1); 4) (–1; 2).

20. Функция $z=xy$ имеет:

Ответы:

1) одну точку максимума (0; 0);

2) одну точку минимума (0; 0);

3) бесконечное множество точек экстремума;

[4)] не имеет точек экстремума.

21. Экстремум функции $z = e^{\frac{y}{2}}(x^2 + y)$ равен:

Ответы:

1) 4; 2) $4e^2$; [3)] $-2e^{-1}$; 4) $6e^3$.

22. При каких значениях a и b функция $z=x^2+y^2-2ax-2by+7$ имеет минимум в точке (a; b)?

Ответы:

1) при семи значениях a и b;

[2)] при любых значениях a и b;

3) при значениях $a = 1$, $b = 2$;

4) ни при каких значениях a и b.

23. Предел функции $z = \dfrac{x^4 + y^2}{x^2 + y^4}$ в точке $(\infty; \infty)$ равен:

Ответы:

1) 0; 2) 4^{-1}; 3) ∞; [4)] не существует.

24. Функция $z=x^2+y^2-2x-6y$ при условии $y-x=0$ имеет условный экстремум в точке:

Ответы:

[1)] (2; 2); 2) (1; 2); 3) (0; 3); 4) (2; 3).

25. Функция $z=x^3-y$ при условии $y-x^2=0$ имеет стационарные точки:

Ответы:

1) (0; 0) и (2; 2); 2) (–1; 3) и (0; 5); 3) $\left(-\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{9}\right)$ и (1; 1); [4)] (0; 0) и $\left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{4}{9}\right)$

26. При каких значениях a верно равенство $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sin(x - a^2 y)}{x + ay} = 1$?

Ответы:

1) $a = 1$ и $a = 2$; [2)] $a = 0$ и $a = -1$; 3) $a = 1$ и $a = -2$; 4) не существует такого значения a.

27. При каких значениях n функция $z = \sqrt[n]{x^2 + y - 1} + \ln(x^4 + 3)^y$ определена на всей плоскости?

Ответы:

1) Функция не определена ни при каком значении n;

2) при четном n;

[3)] при нечетном n;

4) при любом $n \in N$.

28. Функция $z = f(x; y)$, имеющая в точке $M_0(x_0;y_0)$ обе частные производные первого порядка:

Ответы:

1) непрерывна в точке M_0;

2) дифференцируема в точке M_0;

3) не может быть дифференцируемой в точке M_0;

[4)] может быть как дифференцируемой, так и не дифференцируемой в точке M_0.

29. Функция $f(x; y)$, для которой $M_0(x_0;y_0)$ является точкой разрыва:

Ответы:

1) имеет в точке $M_0(x_0;y_0)$ обе частные производные первого порядка;

[2)] может иметь в точке $M_0(x_0;y_0)$ обе частные производные первого порядка;

3) не имеет ни одной частной производной в точке $M_0(x_0;y_0)$;

4) дифференцируема в точке $M_0(x_0;y_0)$.

30. Какие из следующих теорем верные?

Теорема 1. Если функция $f(x; y)$ дифференцируема в точке $(x_0;y_0)$, то она непрерывна в этой точке.

Теорема 2. Если функция $f(x; y)$ непрерывна в точке $(x_0;y_0)$, то она дифференцируема в этой точке.

Теорема 3. Если функция $f(x; y)$ не дифференцируема в точке $(x_0;y_0)$, то она не является непрерывной в этой точке.

Теорема 4. Если $(x_0;y_0)$ – точка разрыва функции $f(x; y)$, то она не дифференцируема в этой точке.

Ответы:

1) первая и вторая теоремы верные;

2) все теоремы верные;

3) вторая и третья теоремы верные;

4) вторая и четвертая теоремы верные;

[5)] первая и четвертая теоремы верные;

6) все теоремы неверные.

31. Какие из следующих теорем верные?

Теорема 1. Если функция $f(x; y)$ имеет в точке $M_0(x_0, y_0)$ обе частные производные первого порядка, то она дифференцируема в этой точке.

Теорема 2. Если функция $f(x; y)$ дифференцируема в точке M_0, то она имеет в этой точке обе частные производные первого порядка.

Теорема 3. Если функция $f(x; y)$ не дифференцируема в точке M_0, то она не имеет в этой точке ни одной частной производной.

Теорема 4. Если функция $f(x; y)$ не имеет в точке M_0 ни одной частной производной первого порядка, то она не дифференцируема в этой точке.

Ответы:

1) первая и третья теоремы верные;

[2)] вторая и четвертая теоремы верные;

3) первая и вторая теоремы верные;

4) первая и четвертая теоремы верные;

5) вторая и третья теоремы верные;

6) третья и четвертая теоремы верные.

32. Какие из следующих теорем верные?

Теорема 1. Если функция $f(x; y)$ непрерывна в точке $M_0(x_0, y_0)$, то она непрерывна в этой точке по каждой переменной в отдельности.

Теорема 2. Если функция $f(x; y)$ не является непрерывной в точке M_0 по каждой переменной в отдельности, то она не является непрерывной в этой точке.

Теорема 3. Если функция $f(x; y)$ непрерывна в точке M_0 по каждой переменной в отдельности, то она непрерывна в этой точке.

Теорема 4. Если функция $f(x; y)$ не является непрерывной в точке $M_0(x_0, y_0)$, то она не является непрерывна в этой точке по каждой переменной в отдельности.

Ответы:

1) все теоремы верные;

2) первая и четвертая теоремы верные;

3) первая и третья теоремы верные;

4) вторая и четвертая теоремы верные;

5) все теоремы не верные;

[6)] первая и вторая.

33. Какие из следующих теорем верные?

Теорема 1. Если функция $f(x; y)$ дифференцируема в точке $M_0(x_0, y_0)$ и не имеет экстремума в этой точке, то обе её частные производные первого порядка в точке M_0 отличны от нуля.

Теорема 2. Если обе частные производные первого порядка дифференцируемой функции $f(x; y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ отличны от нуля, то она не имеет экстремума в этой точке.

Теорема 3. Если функция $f(x; y)$ дифференцируема в точке $M_0(x_0, y_0)$ и обе её частные производные первого порядка в этой точке равны нулю, то она имеет в точке M_0 экстремум.

Теорема 4. Если функция $f(x; y)$ дифференцируема в точке $M_0(x_0, y_0)$ и имеет в этой точке экстремум, то обе её частные производные первого порядка в точке M_0 равны нулю.

Ответы:

1) первая и третья теоремы верные;

[2)] вторая и четвертая теоремы верные;

3) все теоремы верные;

4) вторая и третья теоремы верные;

5) все теоремы неверные;

6) первая и четвертая теоремы верные.

Тесты по разделу «Интегральное исчисление функций многих переменных»

1. Не вычисляя, оценить величину интеграла $I = \iint\limits_D (2+\cos xy)dxdy,$ где $D=\{(x,y)|0\le x<y\le 4\}$.

Ответы:

1) $16 \le I \le 48$; 2) $4 \le I \le 12$; [3)] $8 \le I \le 24$; 4) $3 \le I \le 9$.

2. Не вычисляя, оценить величину интеграла $I = \iint\limits_D \sin\frac{x^2+y}{2x^2+y^4+5}dxdy$, где $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 16, y\ge 0\}$.

Ответы:

1) $-16 \le I \le 16$; 2) $-4\pi \le I \le 4\pi$; 3) $-8 \le I \le 8$; [4)] $-8\pi \le I \le 8\pi$.

3. Не вычисляя, оценить величину интеграла $I = \iint\limits_D (\cos^2 x + \sin y)dxdy$, где $D=\{(x,y)|4\le x^2+y^2\le 16\}$.

Ответы:

[1)] $-12\pi \le I \le 24\pi$; 2) $4\pi \le I \le 16\pi$; 3) $-4\pi \le I \le \pi$; 4) $4 \le I \le 16$.

4. Не вычисляя, оценить величину интеграла $I = \iint\limits_D arctg(x+y)dxdy$, где $D=\{(x,y)|0\le x\le 1, -1\le y\le 3\}$.

Ответы:

[1)] $-2\pi \le I \le 2\pi$; 2) $0 \le I \le \pi$; 3) $-\pi \le I \le 2\pi$; 4) $-1 \le I \le 1$.

5. Найти среднее значение функции $f(x,y)=2x+y$ в области $D=\{(x,y)|0\le x\le 1, 0\le y\le 4\}$.

Ответы:

1) 6; [2)] 3; 3) 1; 4) –3.

6. Найти среднее значение функции $f(x,y)=x^2$ в области $D=\{(x,y)|0\le x\le 3, 1\le y\le 2\}$.

Ответы:

1) –6; [2)] 3; 3) 6; 4) 9.

7. Найти среднее значение функции $f(x,y)=3x^2-2y$ в области $D=\{(x,y)|1\le x\le 4,\ 1\le y\le 2\}$.

Ответы:

1) 54; 2) 160; 3) 3; [4)] 18.

8. Найти среднее значение функции $f(x,y)=x+xy$ в области $D=\{(x,y)|0\le x\le 1,\ 0\le y\le 2\}$.

Ответы:

1) 1; [2)] 2; 3) 3; 4) 5.

9. Выразить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ через повторный, если область D ограничена линиями $x = 0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, $y=\sin x$, $y=0$.

Ответы:

[1)] $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^{\sin x} dy \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)dx$; 3) $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)dy$; 4)

4) $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_0^{\pi} f(x,y)dx.$

10. Выразить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ через повторный, если область D ограничена линиями $x = 3$, $y = 0$, $y=x^2-4x$.

Ответы:

1) $\int\limits_{-4}^{0} dy \int\limits_0^{4} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_0^{3} dx \int\limits_{-4}^{0} f(x,y)dy$; [3)] $\int\limits_0^{3} dx \int\limits_{x^2-4x}^{0} f(x,y)dy$;

4) $\int\limits_0^{4} dx \int\limits_{x^2-4x}^{0} f(x,y)dy.$

11. Выразить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ через повторный, если область D ограничена линиями $x = 0$, $x=4-y^2$.

Ответы:

1) $\int\limits_0^{4} dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x}} f(x,y)dy$; [2)] $\int\limits_{-2}^{2} dy \int\limits_0^{4-y^2} f(x,y)dx$; 3) $\int\limits_0^{2} dy \int\limits_0^{4-y^2} f(x,y)dx$;

4) $\int\limits_{-2}^{2} dy \int\limits_{0}^{4} f(x,y)dx.$

12. Выразить двойной интеграл $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$ через повторный, если область D ограничена линиями $x = 0$, $y=2x$, $y=6-x$.

Ответы:

[1)] $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{2x}^{6-x} f(x,y)dy;$ 2) $\int\limits_{0}^{4} dy \int\limits_{0}^{6-y} f(x,y)dx;$ 3) $\int\limits_{0}^{4} dy \int\limits_{\frac{y}{2}}^{6-y} f(x,y)dx;$

4) $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{4} f(x,y)dy.$

13. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x} f(x,y)dy.$

Ответы:

[1)] $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{y}^{1} f(x,y)dx;$ 2) $\int\limits_{y}^{1} dx \int\limits_{0}^{1} f(x,y)dy;$ 3) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{1} f(x,y)dy;$

4) $\int\limits_{1}^{y} dx \int\limits_{0}^{1} f(x,y)dy.$

14. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int\limits_{0}^{2} dy \int\limits_{0}^{\frac{y}{2}} f(x,y)dx.$

Ответы:

1) $\int\limits_{0}^{2} dy \int\limits_{0}^{1} f(x,y)dx;$ 2) $\int\limits_{2}^{0} dy \int\limits_{\frac{y}{2}}^{0} f(x,y)dx;$ 3) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{2x} f(x,y)dy;$

[4)] $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{2x}^{2} f(x,y)dy.$

15. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{x} f(x,y)dy.$

Ответы:

1) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{\sqrt{y}}^{y} f(x,y)dx;$ 2) $\int\limits_{x^2}^{x} dy \int\limits_0^1 f(x,y)dx;$ 3) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^1 f(x,y)dy;$

[4)] $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{y}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx.$

16. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int\limits_0^8 dy \int\limits_0^{\sqrt[3]{y}} f(x,y)dx.$$

Ответы:

1) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^8 f(x,y)dy;$ [2)] $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{x^3}^8 f(x,y)dy;$ 3) $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{x^3} f(x,y)dy;$

4) $\int\limits_0^{x^3} dy \int\limits_0^2 f(x,y)dy.$

17. Написать интеграл

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$$

в полярных координатах в виде повторного интеграла, если $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4,\ y\ge 0\}$.

[1)] $\int\limits_0^{\pi} d\theta \int\limits_0^2 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\, d\rho;$ 2) $\int\limits_0^{2\pi} d\theta \int\limits_0^2 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\, d\rho;$

3) $\int\limits_0^2 \rho\, d\rho \int\limits_{\pi}^{2\pi} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)d\theta;$ 4) $\int\limits_0^{\pi} d\theta \int\limits_2^4 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\, d\rho.$

18. Написать интеграл

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$$

в полярных координатах в виде повторного интеграла, если $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 2,\ y\le 0\}$.

1) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \rho\, d\rho \int\limits_0^{\pi} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\, d\theta;$ [2)] $\int\limits_{\pi}^{2\pi} d\theta \int\limits_0^{\sqrt{2}} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\, d\rho;$

3) $\int\limits_0^2 \rho\, d\rho \int\limits_0^{\pi} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)d\theta;$ 4) $\int\limits_{\pi}^{2\pi} d\theta \int\limits_0^2 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\, d\rho.$

19. Написать интеграл

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$$

в полярных координатах в виде повторного интеграла, если $D=\{(x,y)|1\le x^2+y^2\le 9,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$.

1) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int\limits_0^1 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\rho;$ 2) $\int\limits_0^3 d\rho \int\limits_0^{\pi} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\theta;$

[3)] $\int\limits_1^3 \rho d\rho \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta) d\theta;$ 4) $\int\limits_{\pi}^{2\pi} d\theta \int\limits_1^3 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\rho.$

20. Написать интеграл

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$$

в полярных координатах в виде повторного интеграла, если $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le r^2,\ x\ge 0\}$.

1) $\int\limits_0^{\pi} d\theta \int\limits_1^r f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\rho;$ 2) $\int\limits_0^r d\rho \int\limits_{\pi}^{2\pi} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\rho;$

3) $\int\limits_0^r \rho d\rho \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta) d\theta;$ [4)] $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int\limits_0^r f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho d\rho.$

21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=x^3$.

Ответы:

1) $\frac{17}{12};$ 2) 16; 3) $\frac{12}{17};$ [4)] $\frac{1}{12}.$

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$, $y=x$, $y=2-x$.

Ответы: 1) $\frac{2}{3};$ 2) 4; [3)] 1; 4) $\frac{1}{2}.$

23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 1$, $x = 4$, $y=\frac{1}{x}$, $y=0$.

Ответы: 1) $\ln(e + 1)$; [2)] ln4; 3) $\frac{1}{3};$ 4) 5.

24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y=5x$, $x=1$.

Ответы: [1)] 2; 2) 1; 3) $\sqrt{2}$; 4) $\frac{2}{3}$.

25. Тройной интеграл

$$\iiint\limits_T f(x,y,z)dxdydz$$

выразить через повторный, если область T ограничена плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ ($x\geq0$, $y\geq0$, $z\geq0$).

Ответы:

1) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^1 f(x,y,z)dz;$ [2)] $\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{1-x} dy\int\limits_0^{1-x-y} f(x,y,z)dz;$

3) $\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^{1-y} dx\int\limits_0^{1-x} f(x,y,z)dz;$ 4) $\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^{1-z} dy\int\limits_0^{1-y} f(x,y,z)dx.$

7.3 Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции	Уровни освоения компетенций			
	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»[1]
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1,	Свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических	Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий.

		заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.		
УК -1.1	Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики; системой основных математических структур..	Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.	Знает классические теоремы математического анализа, аксиоматические методы построения теорий действительных чисел; методологические основы математических дисциплин, но допускает ошибки.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий

ПК-1.1.	Знает глубоко и прочно учебный материал. Владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает основной материал, но допускает неточности. При выполнении практических заданий допускает ошибки	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий
ПК -1.2	Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.	Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических	Знает основной материал, универсальный характер законов логики математических рассуждений, но не понимает технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий

		задач, но не умеет анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.		

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Перечень основной учебной литературы

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н.. Лекции по математическому анализу, –М.: Высшая шк., 2004. -695 с.
2. Берман Г.Р. Сборник задач по курсу математического анализа. –М.: «Наука», 1985. -383 с.
3. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах: Учебное пособие /Под ред. В.Ф. Бутузова. 6-е изд, Изд-во «Лань»,2008.-480 с.
4. Виленкин Н.Я., Бохан К.А., Марон И.А.. Матвеев И.В. и др. Ч.1, ч. 2. –М.: Изд «Просвещение». 1971.
5. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: Учебное пособие 7-е изд. Изд-во «Лань», 2010.-464с.
6. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа ч.1. –М.: Лань. 2006. -448 с.
7. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа ч.2. –М.: Лань. 2006. -464 с.
8. Шипачев В.С. Ш.:№. Высшая математика : учеб.пособие для бакалавров/В.С. Шипачев: под ред. А.Н.Тихонова.-8-е изд, перераб. И доп. М.: Изд-во Юрайт, 2012.-447с.
9. Керимов К.Г. Практические занятия по математическому анализу (Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных), издание 2. Махачкала, ДГПУ, 2011. -295 с.
10. Керимов К.Г., Гаджиева З.Д. Практические занятия по математическому анализу (Числовые и функциональные ряды). Махачкала ДГПУ, 2016. -80 с.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

1. Берман А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. - М.: Лань. 2009. -736 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. –СПб: Лань, 206. – 544 с..
3. Зорич В.А. Математический анализ. М.: Наука, ч.I 1981, ч.II 1984.
4. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.I и т.II. М.: Наука, 1972.
5.5Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.I и т.II. М.: Наука, 1965.
6. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления Учебник в 3-х тт. Т.1 9-е изд. Изд-во «Лань», 2009.-608 с.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления Учебник в 3-х тт. Т.2 9-е изд. Изд-во «Лань», 2009.-800 с.
9. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления Учебник в 3-х тт. Т.3 9-е изд. Изд-во «Лань», 2009.-656 с
10. Керимов К.Г. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Учебное пособие для организации межсессионной самостоятельной работы студентов заочного отделения математического и физического факультетов. Махачкала ДГПУ, 2006.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Электронные ресурсы:

1. ht tp://www.math.ru — математический сайт

2. ht tp://window.edu.ru/window — информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» с обширной библиотекой по основным разделам математики

3. ht tp://www.exponenta.ru/ - образовательный математический сайт

8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимо использование следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся

2. Компьютерное и мультимедийное оборудование .

Методические рекомендации по изучению дисциплины
Операционные системы Windows 7, 10.
MS Office 2007/2010.
Архиваторы: WinRar, WinZip
Антивирусные средства: Kaspersky
Программы для работы с изображением: AcrobatReader
Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mazilla FireFox

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены

1. проектором,
2. ноутбуком
3. интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

После изучения теоретического материала студент должен:

- знать основные аксиомы и теоремы математического анализа.
- овладеть методами доказательств теорем в математическом анализе.

По окончании практического курса студент должен:

- овладеть основными методами решения задач.

Для успешного освоения учебного материала курса «Математический анализ» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач, предлагаемых в лабораторных работах, выполнение домашних заданий, аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).

- итоговой контроль (Зачет или экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- экзамен или зачет

11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;
- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электроном виде на диске.
- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;
- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);
- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающихся, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):
Доцент кафедры высшей математики, к.ф.-м.н., доцент, Гаджиева З.Д.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

Б1.В.ДВ.02.01. Избранные вопросы высшей математики для физического образования.

1. **Цель освоения дисциплины (модуля):**

Целью освоения дисциплины по выбору «**Избранные вопросы высшей математики для физического образования**» являются:

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов математического анализа;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать умение использовать методы математического анализа для решения теоретических и прикладных задач естественнонаучных дисциплин..

2. **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина **Б1.В.ДВ.02.01. Избранные вопросы высшей математики для физического образования** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы: учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

3. **Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):**

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

Универсальные – УК-1, профессиональные – ПК-1, ПК-3.

В результате изучения дисциплины «Избранные вопросы математического анализа» студенты должны:

Знать основы теории двойных и кратных пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций многих переменных, числовых и функциональных рядов;

Уметь применять методы математического анализа для решения типовых и нестандартных задач дисциплин естественнонаучного направления;

Владеть навыками применения методов дифференциального исчислений для решения прикладных и теоретических задач.

4. **Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы (72 часа).**

5. **Семестр: 7**
6. **Основные разделы дисциплины (модуля):**

1. Понятие функции многих переменных.
2. Предел функции двух переменных.
3. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.
4. Интегральное исчисление функции многих переменных.
5. Числовые ряды.
6. Функциональные последовательности и ряды.
7. Степенные ряды.
8. Ряды Фурье.

7. **Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации: зачет.**

8. **Автор: Гаджиева Зульфия Джамалдиновна, доцент**