

Министерство просвещения Российской Федерации  
ФГБОУ ВО "Дагестанский государственный педагогический  
университет им. Р. Гамзатова"

Кафедра высшей математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.07 МОДУЛЬ " Предметно-методический модуль по профилю Математика"**

**Б1.О.07.06 " Теория функций комплексной переменной "**

**Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование**

**Направленность (профиль) –«Математика» и «Информатика»**

**Квалификация выпускника: Бакалавр**

**Форма обучения – очная, заочная**

Форма обучения	Семестр	Трудо-емкость	Виды учебной работы					Форма аттестации
			Лек-ции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Проме-жуточный кон-троль	СРС	
очная	10	72	16	16			40	зачет
заочная	10	72	4	6		3	59	зачет

Махачкала, 2024

## 1. Цель освоения дисциплины (модуля)

**Целью** освоения дисциплины «Теория функций комплексной переменной» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании предмета по профилю «Математика» и «информатика» в учебной и во внеурочной деятельности. ПК-3.3. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием

		возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.
--	--	---

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина **Б1.О.07.06 " Теория функций комплексной переменной "** входит в обязательную часть предметно-содержательного модуля: «математика» направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование*, профили «Математика» и «Информатика» (квалификация – «бакалавр») и изучается в 10 семестре.

Дисциплина Б1.О.07.06 «Теория функций комплексной переменной» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Вводный курс математики», «Высшая математика».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математической статистики», «Дифференциальная геометрия», «Курсы по выбору», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1.ПК-3

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,	- основные понятия и положения теории функций комплексного переменного. Знает понятие комплексного числа, формы записи	- излагать основные теоретические проблемы в рамках пройденного материала, находить необходимую информацию,	- навыками математического моделирования при решении практических задач. Навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых

применять системный подход для решения поставленных задач	комплексных чисел, действия над комплексными числами.	репродуцировать имеющуюся информацию.	идей и методов математики, системой основных математических структур.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	- основные формулы и теоремы предмета. Основные методы доказательства и теоремы теории функций комплексной переменной.	- использовать основные знания классических разделов математики и алгоритмы ТФКП при решении задач, применять основные теоремы и задачи теории функций комплексной переменной во всех разделах математического знания.	- навыками использования законов логики математических рассуждений в других областях человеческой деятельности; современными технологиями обновления и применения профессиональных знаний
ПК-3Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	-знает и понимает актуальные проблемы дисциплины, выходящие за рамки учебной информации.	-составлять математические модели задач по теории функций действительной переменной, находить способы их решений и интерпретировать профессиональный смысл полученного результата.	-навыками применения различных методов и технологий для решения различных задач. Владеет навыками доказательства утверждений, не аналогичные ранее изученным.

#### 4.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа). Дисциплина изучается в 10 семестре.

#### ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		10	
<b>Общая трудоемкость</b> дисциплины по учебному плану	72	72	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		10	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>	40	40	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачет	

### ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		10	
<b>Общая трудоёмкость</b> дисциплины по учебному плану	72	72	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	4	4	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	6	4	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>	59	59	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)	3		
Вид промежуточного контроля:		зачет	

### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Поле С комплексных чисел.	8	2		2	4
2	Основные элементарные функций комплексной переменной.	12	4/2		2/2	6

3	Производная и дифференциал функции комплексной переменной	10	2		2	6
4	Комплексное интегрирование.	14	4/2		2	8
5	Степенные ряды, радиус и круг сходимости.	14	2		4	8
7	Изолированные особые точки и вычет аналитической функции	14	2		4/2	8
	<i>Курсовое проектирование</i>	X				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	X				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>					X
	Итого:	72	16/4		16/4	40

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Комплексные числа и операции над ними	14			2	12
2	Основные элементарные функций комплексной переменной.	14	2/2			12
3	Производная и дифференциал функции комплексной переменной.	14			2/2	12
4	Комплексное интегрирование.	14	2			12
6	Изолированные особые точки. Вычет аналитической функции.	13			2	11
	<i>Курсовое проектирование</i>	X				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	X				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	3				X
	Итого:	72	4/2		6/2	59

### 5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

#### Тема 1. Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел.

Действия над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра (возведение и извлечение корня). Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.

#### Тема 2. Элементарные функций комплексной переменной.

Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ . Однолистные и обратные функции. Основные элементарные функций комплексной переменной.

**Тема 3. Предел непрерывность функций комплексной переменной.**

Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.

**Тема 4. Последовательности и ряды комплексных чисел.**

Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Равномерная сходимость. Достаточный признак равномерной сходимости.

**Тема 5. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.**

Формула Коши – Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.

**Тема 6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.**

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Аналитичность в точке и в области. Многогенность и аналитичность функции комплексного переменного. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.

**Тема 7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.**

Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.

**Тема 8. Комплексное интегрирование.**

Теорема Коши и ее следствия. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.

**Тема 8. Теорема и ряд Тейлора.**

Единственность аналитической функции, понятие аналитическое продолжение функции.

**Тема 9. Особые точки.**

Изолированные особые точки (ИОТ). Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара. Целая и мероморфная функция.

**Тема 10. Вычет функции.**

Вычет функции и основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1	Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
2	Основные элементарные функций комплексной переменной.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
3	Предел непрерывность функции комплексной переменной.	Подготовка сообщений к практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях.
4	Производная и дифференциал функции комплексной переменной.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
5	Комплексное интегрирование.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
6	Степенные ряды, радиус и круг сходимости.	Выполнение лабораторных, контрольных работ.
7	Теорема и ряд Тейлора.	Решение практических и ситуационных задач.
8	Изолированные особые точки.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
9	Вычет аналитической функции.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Средства текущего контроля успеваемости	Перечень компетенций
1	Комплексные числа и операции над ними	Представить в разных формах записи и изобразить на комплексной плоскости: $z = \frac{1+i}{1-i};$ 1) $z = \sqrt[3]{i};$ 2) $z = (1-i\sqrt{3})^3;$ 3) $z = (1+2i)(2+i).$ 4)	УК-1, ПК-1
2	Функция комплексной переменной.	Найти действительную и мнимую части следующих функций: 1) $W = z^2 + 2i;$	УК-1. ПК-1

		$W = \frac{z+i}{z-i};$ 2) $W = z^{-2} +  z ^2;$ 3) $W = z^2 \operatorname{Re} z.$	
3	Предел непрерывности функции комплексной переменной	<p>Существуют ли пределы в точке <math>z=0</math> следующих функций?</p> 1) $f(z) = \frac{\bar{z}}{z};$ 2) $f(z) = \frac{ z }{z};$ 3) $f(z) = \frac{\operatorname{Re} z}{z};$ 4) $f(z) = \frac{\operatorname{Im} z}{z}.$	УК-1, ПК-1
4	Производная и дифференциал функции комплексного переменного.	<p>Определить множество точек комплексной плоскости, в которых функция <math>f(z)</math> дифференцируема, вычислить производную <math>f'(z)</math> и выяснить аналитичность <math>f(z)</math> на этом множестве:</p> 1) $f(z) = z^2 + i z ^2;$ 2) $f(z) = \operatorname{tgy} - i \operatorname{tgx};$ 3) $f(z) =  z  \operatorname{Im} z;$ 4) $f(z) = \cos z + 2i$	УК-1, ПК-1.
5	Последовательности и ряды комплексных чисел.	<p>Найти радиус и круг сходимости ряда:</p> 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n!};$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n;$	ПК-1
6	Комплексное интегрирование.	<p>Вычислить интеграл функции <math>f(z)</math> по контуру <math>\ell</math>.</p> 1) $\int_{\ell} \operatorname{Re} z dz, \quad \ell = \{Z : \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z - 2, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\}$ 2) $\int_{\ell} z^2 dz, \quad \ell = \{Z : \operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1\}$	ПК-1

7	Степенные ряды, радиус и круг сходимости.	Найти радиус и круг сходимости ряда: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n$ ; 2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2+1} z^n$ .	ПК-1
9	Изолированные особые точки. Вычет аналитической функции.	Найти вычеты функции $f(z)$ в ее особых точках: 1) $f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}$ , 2) $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}$ ,	ПК-1
10	Интеграл Коши.	С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл: 1) $\int_{ z =1} \frac{shz}{z-2} dz$ ; 2) $\int_{ z =2} \frac{chz}{z-i} dz$ ;	ПК-1

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

В университете БРС применяется при реализации всех дисциплин (в том числе при оценивании курсовых работ (проектов)) и практик, установленных учебными планами ОП ВО.

Оценка обучающегося по дисциплине в БРС формируется из:

- баллов, полученных при проведении текущего контроля успеваемости;
- баллов, полученных на промежуточной аттестации.

Баллы, полученные обучающимся при проведении текущего контроля успеваемости, представляют собой сумму баллов, полученных по контрольным точкам, а также дополнительных и премиальных баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости фиксируются в единых для всего университета контрольных срезах, устанавливаемые после определенного периода обучения. Для очной формы обучения устанавливаются 2 контрольных среза в каждом семестре. Для заочной – по результатам итогового контроля освоения дисциплины.

По каждому контрольному срезу обучающемуся начисляются баллы за:

- посещаемость в оцениваемый период (20%);
- результаты обучения по (80%):

а) освоенным за оцениваемый период разделам и (или) темам (очная форма обучения);

б) дисциплине (очно-заочная и заочная форма обучения).

По дисциплине обучающемуся могут быть начислены:

- дополнительные баллы;
- премиальные баллы.

Перевод оценок из пятибалльной системы оценивания в 100-балльную по дисциплинам и практикам, а также оценок обучающихся, переведенных в университет из других организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых БРС не применялась, и в других подобных случаях осуществляется следующим образом:

- «отлично» - **85-100 баллов;**
- «хорошо» - **70-84 баллов;**
- «удовлетворительно» - **51-69 баллов;**
- «зачтено» - **51 балл.**

Максимальное количество баллов обучающегося по одной дисциплине (включая баллы, полученные при проведении текущего контроля успеваемости, и баллы, полученные на промежуточной аттестации) составляет 100 баллов.

Если средний рейтинговый балл студента по дисциплине гарантирует ему положительную оценку, в соответствии со шкалой оценок, то преподаватель обязан при желании студента выставить соответствующую оценку без итогового контроля, проставив полученный им средний рейтинговый балл.

Студент может повысить свой рейтинговый балл, проходя итоговый контроль, но при этом весомость набранного в ходе текущего контроля среднего рейтингового балла составляет: 0,5 (50%).

По дисциплине с итоговым контролем – «зачет» студент допускается к сдаче зачета только в том случае, если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 30 и выше. В противном случае он автоматически получает – «незачтено». Если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 51 и выше, он автоматически получает – «зачтено».

В случаях, когда студент желает повысить свой рейтинговый балл и принимает решение участвовать в промежуточной аттестации, то весомость среднего рейтинговых баллов, полученных при проведении **текущего контроля** успеваемости и полученных на промежуточной аттестации составляет: 0,5 (50%) и 0,5 (50%).

При проведении текущего контроля успеваемости преподаватель может учесть дополнительные баллы в качестве премиальных баллов, начисляемых обучающемуся:

- определения дополнительных баллов по научно-исследовательской деятельности

сти

Показатель	Баллы
Публикация статьи в журнале, сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции	От 5 до 10
Публикация тезисов статьи в сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции, депонирование статьи	От 5 до 10
Доклады на конференциях: внутривузовских, межвузовских, всероссийских и международных	От 5 до 10
Участие в конкурсах грантов: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 10 до 15
Участие в конкурсах НИРС: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 5 до 10
Участие в изготовлении демонстрационных материалов, наглядных и учебно-методических пособий и т.д.	От 5 до 10
Получение патента, свидетельства на охрану интеллектуальной собственности	От 10 до 15
Участие в вузовской, межвузовской, всероссийской олимпиадах	От 5 до 10
Внедрение результатов исследований в учебный, производственный процесс	От 5 до 10

- определения дополнительных баллов по общественной деятельности

Показатель	Баллы
Участие в организационной структуре факультета: староста группы, курса, профорг студентов факультета и т.д.	От 10 до 15
Организация разовых общественных акций на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в культурно-массовых мероприятиях на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в вузовских спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15

Участие в городских, областных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в российских, международных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 20

Весомость среднего рейтингового балла и баллов, полученных на пересдаче, составляет соответственно: 0,3 (30%) и 0,7 (70%).

Если студент после пересдачи не получил положительной оценки, то он в установленные вузом сроки идет на комиссионную пересдачу дисциплины.

Весомость среднего балла, полученного при комиссионной сдаче, составляет, соответственно 0 (0%) и 1 (100%), а баллы, полученные при повторной сдаче – аннулируются.

Студент, пропустивший текущий контроль по уважительной причине (болезнь или иные причины, подтвержденные документально), должен его пройти до сдачи следующего промежуточного контроля по дисциплине. Для этого с разрешения декана факультета, директора института формируется индивидуальная балльно-рейтинговая ведомость.

Итоговая оценка по результатам освоения дисциплины выставляется по 5-балльной шкале или в зачетном формате (в соответствии с формой промежуточной аттестации по дисциплине, установленной учебным планом).

Итоговая оценка заносится в экзаменационную (зачетную) ведомость и зачетную книжку студента.

Итоговый государственный экзамен по специальности оценивается по 100 – балльной шкале.

Правила перевода оценок из 100-балльной системы в пятибалльную систему приведены в таблице 1.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине, практике	Отрицательная оценка	Положительные оценки		
		Зачтено (более 50 баллов)		
Зачет	Не зачтено (менее 50 баллов)	Зачтено (более 50 баллов)		
Курсовая работа Зачет с оценкой Экзамен	Неудовлетворительно (менее 50 баллов)	Удовлетворительно (51-69 баллов)	Хорошо (70-84 баллов)	Отлично (85-100 баллов)

## 7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

### 1. Семестр – 10; форма аттестации – зачет.

#### 2. Перечень вопросов к зачету

##### Контрольная работа № 1

#### I. Представить в разных формах записи и изобразить на комплексной плоскости:

$$1) z = \frac{1+i}{1-i}; \quad 2) z = \sqrt[3]{i}; \quad 3) z = (1-i\sqrt{3})^3; \quad 4) z = (1+2i)(2+i).$$

#### II. Найти множество точек на плоскости комплексной переменной $z$ , удовлетворяющих условию:

$$1) \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1; \quad 2) 1 \leq |z+2+i| \leq 2; \quad 3) \operatorname{Im} z^{-2} < 1; \quad 4) \operatorname{Re} z^2 = 1.$$

III. Найти действительную и мнимую части следующих функций:

$$1) W = z^2 + 2i; \quad 2) W = \frac{z+i}{z-i}; \quad 3) W = \bar{z}^2 + |z|^2; \quad 4) W = z^2 \operatorname{Re} z.$$

IV. Существуют ли пределы в точке  $z=0$  следующих функций?

$$1) f(z) = \frac{\bar{z}}{z}; \quad 2) f(z) = \frac{|z|}{z}; \quad 3) f(z) = \frac{\operatorname{Re} z}{z}; \quad 4) f(z) = \frac{Jmz}{z}.$$

V. Исследовать на непрерывность следующие функции:

$$1) f(z) = |z|^2 z; \quad 2) f(z) = \operatorname{Re} z + iz; \quad 3) f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}; \quad 4) f(z) = \bar{z}^2.$$

VI. Найти радиус и круг сходимости ряда:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n; \quad 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2+1} z^n.$$

### Контрольная работа № 2

I. Найти:

$$1) e^i; \quad 2) \left| \cos i \frac{\pi}{2} \right|; \quad 3) \ln(-1); \quad 4) i^i.$$

II. Определить множество точек комплексной плоскости, в которых функция  $f(z)$  дифференцируема, вычислить производную  $f'(z)$  и выяснить аналитичность  $f(z)$  на этом множестве:

$$1) f(z) = z^2 + i|z|^2; \quad 2) f(z) = \operatorname{tgy} - i \operatorname{tg} x; \quad 3) f(z) = |z| Jmz; \quad 4) f(z) = \cos z + 2i$$

III. Выяснить, во что преобразуется множество  $D$  плоскости  $Z$  при отображении, осуществляемой функцией  $W = U + iV$ . Изобразить  $D$  на плоскости  $Z$  и ее образ  $Q$  на плоскости  $W$ . Найти коэффициент искажения масштаба и угол поворота при этом отображении.

IV.

$$1) D = \{Z: |x| < 2, |y| < 2\}, \quad W = iZ + 3;$$

$$2) D = \{Z: x^2 + y^2 < 1, x > 0\}, \quad W = 4Z + 3i;$$

$$3) D = \left\{Z: 0 < y < \frac{\pi}{4}, x < 0\right\}, \quad W = 3Z + i;$$

$$4) D = \{Z: x > 0, y > 0\}, \quad W = iZ + 2.$$

### Контрольная работа № 3

I. Вычислить интеграл функции  $f(z)$  по контуру  $\ell$ .

$$1) \int_{\ell} \operatorname{Re} z dz, \quad \ell = \{Z: Jmz = \operatorname{Re} z - 2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\};$$

$$2) \int_{\ell} z^2 dz, \quad \ell = \{Z : \operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1\}$$

$$3) \int_{\ell} z \operatorname{Im} z^2 dz, \quad \ell = \{Z : |z| = 1, \quad -\pi \leq \arg z \leq 0\}$$

$$4) \int_{\ell} \cos z dz, \quad \ell - \text{отрезок прямой, соединяющий точки } z_1 = \frac{\pi}{2}, \quad z_2 = \pi + i.$$

**II. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл:**

$$1) \int_{|z|=1} \frac{shz}{z-2} dz; \quad 2) \int_{|z|=2} \frac{chz}{z-i} dz; \quad 3) \int_{|z-2|=1} \frac{e^{iz}}{z(2-z)^3} dz; \quad 4) \int_{|z-1|=2} \frac{dz}{z^2 - 6z + 4};$$

**III. Найти вычеты функции  $f(z)$  в ее особых точках:**

$$1) f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}, \quad 2) f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}, \quad 3) f(z) = \frac{z^2}{(z-1)^2}, \quad 4) f(z) = tgz.$$

**V. Вычислить интегралы:**

$$1) \int_{|z|=16} \frac{z+1}{z^2 - 2z - 3} dz; \quad 2) \int_{|z|=1} \frac{1 - \cos z}{z^2} dz; \quad 3) \int_{|z|=2} tgz dz; \quad 4) \int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz.$$

### **Экзаменационные вопросы по курсу**

#### **«Элементы теории функций комплексного переменного»**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра.
4. Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.
5. Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ .
6. Однолистные и обратные функции.
7. Основные элементарные функций комплексной переменной.
8. Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.
9. Последовательности и ряды комплексных чисел.
10. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.
11. Равномерная сходимость. Достаточный признак равномерной сходимости.

12. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.
13. Формула Коши – Адамара.
14. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
15. Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области.
16. Аналитичность функции комплексного переменного.
17. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.
18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.
19. Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения.
20. Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия.
21. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
22. Интегральная формула Коши.
23. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
24. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры.
25. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.
26. Теорема и ряд Тейлора. Единственность аналитической функции.
27. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ).
28. Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ.
29. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара.
30. Целая и мероморфная функция.
31. Вычет функции и основные теоремы о вычетах.
32. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

**7.3. Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице**

	Уровни освоения компетенций
--	-----------------------------

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно» <sup>1</sup>
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1,	Свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий.
ПК -1.	Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики; системой основных математических структур..	Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.	Знает классические теоремы математического анализа, аксиоматические методы построения теорий действительных чисел; методологические основы математических дисциплин, но допускает ошибки.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий
Компетенция ПК-1. ПК-1.1.	Знает глубоко и прочно учебный материал. Владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень	Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с	Знает основной материал, но допускает неточности. При выполнении практических заданий допускает ошибки	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий

	сформированности компетенций.	применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.		
ПК-1.2.	Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.	Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач, но не умеет анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.	Знает основной материал, универсальный характер законов логики математических рассуждений, но не понимает технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий
ПК-3	Знает и понимает актуальные проблемы дисциплины, выходящие за рамки учебной информации. Умеет применять различные методы и технологии для решения задач. Умеет представлять, объяснять, анализировать и интерпретировать полученные результаты, умеет доказывать утверждения ТФКП, не аналогичные ранее изученным	Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает и понимает основные определения и теоремы курса ТФКП, актуальные проблемы дисциплины в рамках учебной информации, умеет находить необходимую информацию по математике, подготовлен к воспроизведению полученных знаний.	Плохо усвоил материал. Не знает основные определения и теоремы курса. Не справляется с решением пройденных задач.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 8.1. Перечень основной учебной литературы

1. Шабунин М.И. Ш12 Сборник задач по теории функций комплексного переменного /М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И.Карлов.-2-2 изд.-М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.-362с.
2. И.М.Петрушенко.К93 Курс высшей математики. Теория функции комплексной переменной. Лекции и практикум. Учебное пособие/Под общ.ред. И.,М.Петрушко.-СПб. «Лань», 2010.- 368с.
3. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, Лаборатория Базовых Знаний, 2016. — 301 с. — ISBN 978-5-93208-209-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/88998.html>
4. Бернштейн, Т. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Т. В. Бернштейн, Д. А. Прокудин. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 64 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/78153.html>
5. Соколенко, Е. В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление : учебное пособие / Е. В. Соколенко. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 199 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/83226.html>
6. Теория функций комплексного переменного / М.И.Шабунин, Ю.В. Сидоров.- М.:ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2006.-248с.
7. Шабунин М.И. Ш12 Сборник задач по теории функций комплексного переменного /М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И.Карлов.-2-2 изд.-М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.-362с.
8. И.М.Петрушенко.К93 Курс высшей математики. Теория функции комплексной переменной. Лекции и практикум. Учебное пособие/Под общ.ред. И.,М.Петрушко.-СПб. «Лань», 2010.- 368с.
9. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Санкт – Петербург, издательство «Профессия», 2003г.

### 8.2. Перечень дополнительной учебной литературы

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного, М., «Наука», 1969г.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, М., «Наука», 1984г.
3. Зайнулабидов М.М. Теория аналитических функций. Мет. Пособие, Махачкала, 1988.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций, М., «Наука», 1978г.
5. Давыдов Н.А., Коровкин П.Н., Никольский В.А. Сборник задач по математическому анализу, М., Просвещение, 1973г.
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функция комплексного переменного и др., М., «Наука», 1971г.

7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Санкт – Петербург, издательство «Профессия», 2003г.

### **8.3. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
- 5) Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)
- 6) Www.mathedu.ru
- 7) www.libgen.info

### **8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимо использование следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся.
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.
4. Операционные системы Windows 7, 10.
5. MS Office 2007/2010.
6. Архиваторы: WinRar, WinZip
7. Антивирусные средства: Kaspersky
8. Программы для работы с изображением: AcrobatReader
9. Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mazilla FireFox

### **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Для проведения лекционных и практических занятий имеются

1. Аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем.

Для отдельных занятий аудитории оснащены

1. Проектором,
2. Ноутбуком,
3. Интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

*После изучения теоретического материала «Теория функций комплексного переменного»*

студенты должны:

**Знать:** основные понятия комплексного анализа, основы теории аналитических функций.

**Уметь:** проводить исследования связанные с понятиями и утверждениями дисциплины.

**Владеть:** основными положениями классических разделов ТФКП.

Для успешного освоения учебного материала курса **«Теория функций комплексного переменного»**

» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

*Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.*

*Текущий контроль:*

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

*Промежуточный контроль:*

- Контрольная работа по курсу

*Итоговый контроль:*

- экзамен

## **11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных

образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электронном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):**

*Доцент кафедры высшей математики, к.ф.м.н., доцент, Ярахмедов Г.А.*

## **АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):**

### *«Теория функций комплексной переменной»*

#### **1. Цель освоения дисциплины (модуля):**

Целью освоения дисциплины «Теория функций комплексной переменной» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

#### **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина **Б1.О.07.06 " Теория функций комплексной переменной "** входит в обязательную часть предметно-содержательного модуля: «математика» направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование.*

#### **3. Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):**

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

Универсальные – УК-1, профессиональные – ПК-1, ПК-3.

#### **4. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы ( 72 часа).**

#### **5. Семестр: 10**

#### **6. Основные разделы дисциплины (модуля):**

1. Поле  $S$  комплексных чисел.
2. Основные элементарные функций комплексной переменной.
3. Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.
4. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.
5. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.
6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного,
7. Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия.
8. Интегральная формула Коши.
9. Теорема и ряд Тейлора.
10. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ).
11. Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ.
12. Вычет функции и основные теоремы о вычетах.

#### **7. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации: зачет.**

#### **8. Автор: Ярахмедов Гаджихмед Абдулганиевич, доцент**