Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ ВО "Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова"

Кафедра **высшей математики**

УТВЕРЖДАЮ
И.о. начальника УМУ
«31» 08 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.07 МОДУЛЬ " Предметно-методический модуль по профилю Математика"

Б1.О.07.05 "Теория функций действительного переменного"

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профиль) – «Математика» и «Информатика»

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Форма обучения	Семестр	Трудоемкость	Виды учебной работы					
			Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Промежуточный контроль	СРС	Форма аттестации
очная	9	72	16	16			40	зачет
заочная	9	72	2	6		3	61	зачет

Махачкала, 2024

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью освоения дисциплины «Теория функций действительного переменного» являются формирование знаний, умений, навыков и личностных качеств, характеризующих готовность бакалавра к планированию и достижению профессиональной карьеры.

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании предмета по профилю «Математика» и «информатика» в учебной и во внеурочной деятельности. ПК-3.3. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина **Б1.О.07.05 "Теория функций действительного переменного"** входит в обязательную часть предметно-содержательного модуля: «математика» направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование,* профили «Математика» и «Информатика» (квалификация – «бакалавр») и изучается в 9 семестре.

Дисциплина Б1.О.07.05. «Теория функций действительного переменного» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Вводный курс математики», «Высшая математика».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математической статистики», «Дифференциальная геометрия», «Курсы по выбору», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1, ПК-3

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	- основные понятия и положения теории функций действительного переменного.	- изложить основные теоретические проблемы в рамках пройденного материала, находить необходимую информацию, репродуцировать имеющуюся информацию.	- навыками математического моделирования при решении практических задач.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	- основные методы доказательства и теоремы теории функций действительной переменной	- использовать основные знания классических разделов математики и алгоритмы ТФДП при решении задач, применять основные теоремы и задачи теории функций действительного переменного во всех разделах математического знания.	- навыками использования законов логики математических рассуждений в других областях человеческой деятельности; современными технологиями обновления и применения профессиональных знаний
ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для	-знает и понимает актуальные проблемы дисциплины, выходящие за рамки учебной информации.	-составлять математические модели задач по теории функций действительной переменной, находить	-навыками применения различных методов и технологий для решения различных задач. Владеет навыками доказательства

достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов		способы их решений и интерпретировать профессиональный смысл полученного результата.	утверждений, не аналогичные ранее изученным.

4.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы (72 часа). Дисциплина изучается в 9 семестре (ах)

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	**Трудоёмкость**		
	час.	**В т.ч. по семестрам**	
		7	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	40	40	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачёт	

ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	**Трудоёмкость**		
	час.	**В т.ч. по семестрам**	
		9	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	2	2	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	6	6	

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		9	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	61	61	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:	3	зачёт	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад.часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Элементы теории множеств.	6			2	4
2	Метрические пространства.	12	2/2		4/2	6
3	Линейные пространства.	10	2/2		2/2	6
4	Нормированные пространства.	10	2		2	6
5	Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.	8	2		2	4
6	Мера плоских множеств.	6			2	4
7	Измеримые множества.	8	2		2	4
8	Интеграл Лебега.	12	2/2		4/2	6
	Курсовое проектирование	*Х*				-
	Консультация к экзамену	*Х*				-
	Подготовка к экзамену (зачету)	*Х*				
	Итого:	72	16/6		16/6	40

заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)		Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад.часах)

		Общая трудоёмкость в акад.часах	Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Метрические пространства.	18	2			16
2	Линейные пространства.	16			2	14
3	Нормированные пространства.	20			2	16
4	Интеграл Лебега.	18			2/2	16
	Курсовое проектирование	*X*				-
	Консультация к экзамену	*X*				-
	Подготовка к экзамену (зачету)	*3*				X
	Итого:	72	2		6/2	61

5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятие множество. Счетные и несчетные множества. Эквивалентность множеств. Мощность множества.

Тема 2. Метрические пространства.

Понятие метрического пространства. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Полнота метрических пространств. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических пространствах.

Тема 3. Линейные пространства.

Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Теорема Хана−Банаха.

Тема 4. Нормированные пространства.

Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутые ортогональные системы. Полные евклидовы пространства. Терема Рисса-Фишера.

Тема 5. Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.

Линейные функционалы на нормированных пространствах. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Линейные операторы.

МОДУЛЬ II. МЕРА, ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕГРАЛ.

Тема 6. Мера плоских множеств.

Мера элементарных множеств. Лебегова мера плоских множеств. Аддитивность и $\sigma-$аддитивность меры.

Тема 7. Измеримые множества.

Определение и основные свойства измеримых функций. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере. Теорема Егорова.

Тема 8. Интеграл Лебега.

Определение интеграла Лебега. Основные свойства интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1	Подготовить теоретическую часть по теме: «Метрические пространства»	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
2	Решение задач по темам: «Метрические пространства». Подготовить теоретическую часть по теме: «Полные метрические пространства»	проработка учебного материала, решение задач, контрольные работы, подготовка и защита реферата, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
3	Решение задач по теме: «Линейные пространства» Подготовить теоретическую часть по теме: «Нормированные пространства»	проработка учебного материала, подготовка рефератов и докладов к участию в тематических дискуссиях, работа с тестами и заданиями.
4	Решение задач по теме: «Нормированные пространства» Подготовить теоретическую часть по теме: «Евкидовы пространства»	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
5	Решение задач по теме: Евклидовы пространства. Подготовить теоретическую часть по теме «Линейные функционалы и операторы»	проработка учебного материала, разбор тестов по данной теме, решение задач, конспектирование отдельных вопросов.
6	Подготовить теоретическую часть по теме: «Измеримые функции»	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
7	Подготовить теоретическую часть по теме: «Интеграл Лебега»	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
8	Повторить весь пройденный материал	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Средства текущего контроля успеваемости	Перечень компетенций
1	Элементы теории множеств.	Найти объединение, пересечение, разность и симметрическую разность следующих множеств 1) A=[0, 5]; B=[-2; 7]. 2) A=[-∞, 10]; B=[1, +∞]	УК-1
2	Метрические пространства.	Определение метрического пространства. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ с расстоянием $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(y_k-x_k)^2}$ образует метрическое пространство.	УК-1, ПК-1
3	Линейные пространства.	Образует ли линейное подпространство пространства R^4 множество V, заданное по правилу $V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4): x_1-2x_3=0\}$; $V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4): x_3+x_4=1\}$.	УК-1, ПК-1.
4	Нормированные пространства.	Найти норму $y=sinx+cosx$ а) в пространстве C[0;2 π] б) в пространстве h[0, 2 π]	УК-1, ПК-1.
5	Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.	Линейный функционал $F\in C\left[-\frac{\pi}{6},\pi\right]$задан формулой $F(f)=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{0}cosxf(x)dx$ $-\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}sinxf(x)dx$ $+2f(0)-\frac{1}{2}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $-f(\pi)$	ПК-1, ПК-3
6	Измеримые множества.	Доказать, что если на измеримом множестве E измеримая функция удовлетворяет неравенству $f(x)\le g(x)$, то $\int_E f(x)dx\le\int_E g(x)dx$.	ПК-3

7	Интеграл Лебега.	При каких значениях α и β существует интеграл Лебега на [0,+∞) от функции $f(x) = x^{\alpha} ln^{\beta} x$?	ПК-3

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

В университете БРС применяется при реализации всех дисциплин (в том числе при оценивании курсовых работ (проектов)) и практик, установленных учебными планами ОП ВО.

Оценка обучающегося по дисциплине в БРС формируется из:

- баллов, полученных при проведении текущего контроля успеваемости;
- баллов, полученных на промежуточной аттестации.

Баллы, полученные обучающимся при проведении текущего контроля успеваемости, представляют собой сумму баллов, полученных по контрольным точкам, а также дополнительных и премиальных баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости фиксируются в единых для всего университета контрольных срезах, устанавливаемые после определенного периода обучения. Для очной формы обучения устанавливаются 2 контрольных среза в каждом семестре. Для заочной – по результатам итогового контроля освоения дисциплины.

По каждому контрольному срезу обучающемуся начисляются баллы за:

- посещаемость в оцениваемый период (20%);
- результаты обучения по (80%):

а) освоенным за оцениваемый период разделам и (или) темам (очная форма обучения);

б) дисциплине (очно-заочная и заочная форма обучения).

По дисциплине обучающемуся могут быть начислены:

- дополнительные баллы;
- премиальные баллы.

Перевод оценок из пятибалльной системы оценивания в 100-балльную по дисциплинам и практикам, а также оценок обучающихся, переведенных в университет из других организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых БРС не применялась, и в других подобных случаях осуществляется следующим образом:

- «отлично» - 85-100 баллов;

- «хорошо» - 70-84 баллов;

- «удовлетворительно» - 51-69 баллов;

- «зачтено» - 51 балл.

Максимальное количество баллов обучающегося по одной дисциплине (включая баллы, полученные при проведении текущего контроля успеваемости, и баллы, полученные на промежуточной аттестации) составляет 100 баллов.

Если средний рейтинговый балл студента по дисциплине гарантирует ему положительную оценку, в соответствии со шкалой оценок, то преподаватель обязан при желании студента выставить соответствующую оценку без итогового контроля, проставив полученный им средний рейтинговый балл.

Студент может повысить свой рейтинговый балл, проходя итоговый контроль, но при этом весомость набранного в ходе текущего контроля среднего рейтингового балла составляет: 0,5 (50%).

По дисциплине с итоговым контролем – «зачет» студент допускается к сдаче зачета только в том случае, если его средний рейтинговый бал по итогам срезов составляет 30 и выше. В противном случае он автоматически получает – «незачтено». Если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 51 и выше, он автоматически получает – «зачтено».

В случаях, когда студент желает повысить свой рейтинговый балл и принимает

решение участвовать в промежуточной аттестации, то весомость среднего рейтинговых баллов, полученных при проведении **текущего контроля** успеваемости и полученных на промежуточной аттестации составляет: 0,5 (50%) и 0,5 (50%).

При проведении текущего контроля успеваемости преподаватель может учесть дополнительные баллы в качестве премиальных баллов, начисляемых обучающемуся:

- определения дополнительных баллов по научно-исследовательской деятельности

Показатель	**Баллы**
Публикация статьи в журнале, сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции	От 5 до 10
Публикация тезисов статьи в сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции, депонирование статьи	От 5 до 10
Доклады на конференциях: внутривузовских, межвузовских, всероссийских и международных	От 5 до 10
Участие в конкурсах грантов: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 10 до 15
Участие в конкурсах НИРС: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 5 до 10
Участие в изготовлении демонстрационных материалов, наглядных и учебно-методических пособий и т.д.	От 5 до 10
Получение патента, свидетельства на охрану интеллектуальной собственности	От 10 до 15
Участие в вузовской, межвузовской, всероссийской олимпиадах	От 5 до 10
Внедрение результатов исследований в учебный, производственный процесс	От 5 до 10

- определения дополнительных баллов по общественной деятельности

Показатель	**Баллы**
Участие в организационной структуре факультета: староста группы, курса, профорг студентов факультета и т.д.	От 10 до 15
Организация разовых общественных акций на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в культурно-массовых мероприятиях на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в вузовских спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в городских, областных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в российских, международных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 20

Весомость среднего рейтингового балла и баллов, полученных на пересдаче, составляет соответственно: 0,3 (30%) и 0,7 (70%).

Если студент после пересдачи не получил положительной оценки, то он в установленные вузом сроки идет на комиссионную пересдачу дисциплины.

Весомость среднего балла, полученного при комиссионной сдаче, составляет, соответственно 0 (0%) и 1 (100%), а баллы, полученные при повторной сдаче – аннулируются.

Студент, пропустивший текущий контроль по уважительной причине (болезнь или иные причины, подтвержденные документально), должен его пройти до сдачи следующего промежуточного контроля по дисциплине. Для этого с разрешения декана факультета,

директора института формируется индивидуальная балльно-рейтинговая ведомость.

Итоговая оценка по результатам освоения дисциплины выставляется по 5-балльной шкале или в зачетном формате (в соответствии с формой промежуточной аттестации по дисциплине, установленной учебным планом).

Итоговая оценка заносится в экзаменационную (зачетную) ведомость и зачетную книжку студента.

Итоговый государственный экзамен по специальности оценивается по 100 – балльной шкале.

Правила перевода оценок из 100-балльной системы в пятибалльную систему приведены в таблице 1.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине, практике	**Отрицательная оценка**	**Положительные оценки**		
Зачет	**Не зачтено** (менее 50 баллов)	**Зачтено** (более 50 баллов)		
Курсовая работа Зачет с оценкой Экзамен	**Неудовлетворительно** (менее 50 баллов)	**Удовлетворительно** (51-69 баллов)	**Хорошо** (70-84 баллов)	**Отлично** (85-100 баллов)

7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

1. Семестр – 9; форма аттестации – зачет.

2. Перечень вопросов к зачету

Примерные варианты контрольных работ

ЗАДАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ № 1.

Вариант № 1.

1. Определение метрического пространства. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ с расстоянием $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(y_k-x_k)^2}$ образует метрическое пространство.
2. Доказать, что $C[a,b]$ – нормированное пространство

Вариант № 2

1. Доказать, что множество всех непрерывных на $[a,b]$ функций образует метрическое пространство, если под расстоянием между двумя элементами f и g этого множества определить $\rho(f,g)=\max\limits_{a\le x\le b}|f(x)-g(x)|$.

2. Показать, что пространство $L_2[a,b]$, состоящее из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций, со скалярным произведением $(f,g)=\int_a^b f(x)g(x)dx$ является евклидовым пространством.

Вариант № 3

1. Показать, что $n-$мерное арифметическое пространство R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$, с обычными операциями сложения и умножения и скалярным произведением $(x,y)=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ есть евклидово пространство.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ положить $\| x \|_1=\sum_{k=1}^{n}|x_k|$, то это пространство будет нормированным

Вариант № 4

1. Доказать, что ℓ_2 - метрическое пространство.
2. Разложить функцию $y=x^2$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi,\pi)$.

Вариант № 5

1. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ с расстоянием $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(y_k-x_k)^2}$ образует метрическое пространство.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ положить $\| x \|=\sqrt{\sum_{k=1}^{n}x_k^2}$, то это пространство будет нормированным.

Вариант № 6

1. Доказать, что $C[a,b]$ – метрическое пространство.
2. Доказать, что $R-$ нормированное пространство

Вариант № 7

1. Является ли множество действительных чисел метрическим пространством, если расстояние между элементами этого множества определить $\rho(x,y)=|x-y|$.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ положить $\|x\|_\infty=\max\limits_{1\le k\le n}|x_k|$, то это пространство будет нормированным.

Вариант № 8

1. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ с расстоянием $\rho(x,y)=\max\limits_{1\le k\le n}|y_k-x_k|$ образует метрическое пространство
2. Разложить функцию $y=x$ в ряд Фурье в интервале $(0,2\pi)$.

Вариант № 9

1. Показать, что в пространстве $L_2[-\pi,\pi]$ непрерывных на $[-\pi,\pi]$ функций тригонометрическая система ½, $\cos nt, \sin nt\ (n=1,2,...)$ образует ортогональную систему.
2. Евклидово пространство как нормированное.

Вариант № 10

1. Линейная независимость ортогональной системы.
2. Нормированное пространство как метрическое.

ЗАДАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ № 2.

Вариант № 1.

1. Доказать, что сумма конечного числа измеримых множеств измерима.
2. Доказать, что если на измеримом множестве Е задана измеримая функция $f(x)$ и $c=const$, то

$$\int_E cf(x)dx=c\int_E f(x)dx.$$

Вариант № 2.

1. Доказать, что пересечение конечного числа измеримых множеств измерима.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E заданы измеримые функции $f(x)$ и $g(x)$, то

$$\left[\int_E f(x)+g(x)\right]dx=\int_E f(x)dx+\int_E g(x)dx.$$

Вариант № 3.

1. Доказать, что если функция $f(x)$ измерима на множестве E, то измеримы функции $cf(x),\ f(x)+c,\ c=const$.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E измеримая функция удовлетворяет условию $a\le f(x)\le b$, то

$$amE\le\int_E f(x)dx\le bmE.$$

Вариант № 4.

1. Доказать, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на множестве E, то измеримы функции $f(x)+g(x),\ f(x)\cdot g(x)$.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E измеримая функция удовлетворяет неравенству $f(x)\le g(x)$, то

$$\int_E f(x)dx\le\int_E g(x)dx.$$

Вариант № 5.

1. Доказать, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на множестве E, то измеримы функции $f^2(x),\ f(x)/g(x)$.
2. Доказать, что разность и симметрическая разность двух измеримых множеств измеримы.

Тестовые задания для текущего контроля по дисциплине «Теории функции действительного переменного».

МОДУЛЬ 1. Метрические, линейные, нормированные и евклидовы пространства.

Вариант 1.

1. Множество N натуральных чисел является:

   1) конечным;

   2) счетным;

3) пустым;

4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на R:

1) $\rho(x,y) = x - y$;

2) $\rho(x,y) = y - x$;

3) $\rho(x,y) = |x - y|$;

4) $\rho(x,y) = \sin(x - y) \qquad x, y \in R$

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется точкой прикосновения множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:

1) одну точку из М;

2) хотя бы одну точку из М;

3) ни одной точки из М;

4) конечное число точек из М.

4. В пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций $f = f(x)$ на отрезке $[a,b]$ норма определяется формулой:

1) $\|f\| = |f(x)|$;

2) $\|f + g\| = |f(x) + g(x)|$;

3) $\|f\| = \max\limits_{a \le x \le b} |f(x)|$;

4) $\|f\| = \min\limits_{a \le x \le b} |f(x)|$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:

1) $N -$ множество натуральных чисел;

2) $Z -$ множество целых чисел;

3) $Q -$ множество рациональных чисел;

4) $R -$ множество действительных чисел;

6. В $n-$мерном арифметическом пространстве R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, скалярное произведение определяется равенством: $x, y \in R^n$

1) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)$; 3) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$;

2) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i$; 4) $(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$

Вариант 2.

1. Множество Q рациональных чисел является:

   1) конечным;

   2) счетным;

   3) пустым;

   4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на $R^n=\{(a_1,a_2,\ldots,a_n)\mid a_i\in R,\ i=1,\ldots,n\}$, $x,y\in R^n$, $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, $y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)$:

   1) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$; 3) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$

   2) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2}$; 4) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)}$.

3. Точка $x\in X$ ($X-$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M\subset X$, если любая ее окрестность содержит:

   1) одну точку из М;

   2) конечное число точек из М;

   3) ни одной точки из М;

   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n=\{(a_1,a_2,\ldots,a_n)\mid a_i\in R,\ i=1,\ldots,n\}$, $x\in R^n$, $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}$; 3) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^3}$

   2) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i}$; 4) $\|x\|=\sum_{i=1}^{n}x_i$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:

   1) $N -$ множество натуральных чисел;
   2) $Z -$ множество целых чисел;
   3) $Q -$ множество рациональных чисел;
   4) $C -$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве l_2, элементами которого служат всевозможные последовательности действительных чисел $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 < \infty$$

скалярное произведение определяется равенством: $x, y \in l_2$

1) $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i + y_i)$;
2) $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot y_i$;
3) $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i + y_i)^2$;
4) $(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (x_i + y_i)^2}$

Вариант 3.

1. Множество R действительных чисел является:

   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным

   множеством.

2. Какая из следующих функций задает метрику на

$R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x, y \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$:

1) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2$;
2) $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2}$;
3) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$
4) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} | x_i - y_i |$.

3. Точка $x \in X$ ($X -$ метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:

   1) одну точку из М;
   2) конечное число точек из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$;
   2) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$;
   3) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}$
   4) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} | x_i |$

5. Какое из следующих числовых множеств не является линейным пространством:

   2) $Q -$ множество рациональных чисел;
   3) $R -$ множество действительных чисел;
   4) $C -$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве $L_2[a,b]$, состоящем из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций $f = f(x)$, $g = g(x)$, скалярное произведение

$$(f, g) = \int_a^b f(x) g(x) dx$$

определяется равенством

   1) $(f, g) = \int_a^b f(x) g(x) dx$;
   2) $(f, g) = \int_a^b \big(f(x) + g(x)\big) dx$;
   3) $(f, g) = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big) dx$;
   4) $(f, g) = \sqrt{\int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)^2 dx}$.

МОДУЛЬ 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега.

Вариант 1.

1. Мерой интервала (a,b) называется, число:

   1) $m(a,b) = b - a$;

2) $m(a,b)=b+a$;

3) $m(a,b)=a-b$.

Функция $f(x)$, заданная на множестве Е, называется *измеримой,* если:

1) это множество Е измеримо;
2) при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$;
3) множество Е измеримо и при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$.

2. Если измеримые ограниченные функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на множестве Е, эквивалентны, то

1) $\int\limits_E f(x)dx<\int\limits_E g(x)dx;$

2) $\int\limits_E f(x)dx>\int\limits_E g(x)dx;$

3) $\int\limits_E f(x)dx=\int\limits_E g(x)dx;$

Вариант 2.

1. Внешней мерой m^*E ограниченного множества Е называется:

1) точная нижняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащихся в Е;
2) точная нижняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащих множество Е;
3) точная верхняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащихся в Е.

2. Две функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на одном и том же множестве Е называются эквивалентными, если:

1) $mE(f>g)=0$;

2) $mE(f<g)=0$;

3) $mE(f\neq g)=0$.

3. В определении интеграла Лебега точки x группируются:

1) по признаку близости их на оси Ox;

2) по признаку достаточной близости соответствующих значений функции;
3) произвольным образом.

Тесты итогового контроля

Вариант 1.

1. Множество R действительных чисел является:

   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным

   множеством.

2. Какая из следующих функций задает метрику на $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x, y \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$:

   1) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2$;
   2) $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2}$;
   3) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$
   4) $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} | x_i - y_i |$.

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:

   1) одну точку из М;
   2) конечное число точек из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$;
   2) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$;
   3) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}$
   4) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} | x_i |$.

5. Какое из следующих числовых множеств не является линейным пространством:

1) $Q-$ множество рациональных чисел;

2) $R-$ множество действительных чисел;

3) $C-$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве $L_2[a,b]$, состоящем из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций $f=f(x)$, $g=g(x)$, скалярное произведение определяется равенством $(f,g)=\int_a^b f(x)g(x)dx$

1) $(f,g)=\int_a^b f(x)g(x)dx$;

2) $(f,g)=\int_a^b \big(f(x)+g(x)\big)dx$;

3) $(f,g)=\int_a^b \big(f(x)-g(x)\big)dx$;

4) $(f,g)=\sqrt{\int_a^b \big(f(x)-g(x)\big)^2 dx}$.

7. Две функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на одном и том же множестве E называются эквивалентными, если:

1) $mE(f>g)=0$;

2) $mE(f<g)=0$;

3) $mE(f\neq g)=0$.

Вариант 2.

1. Множество Q рациональных чисел является:

1) конечным;

2) счетным;

3) пустым;

4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на $R^n=\{(a_1,a_2,\ldots,a_n)\mid a_i\in R,\ i=1,\ldots,n\}$, $x,y\in R^n$, $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, $y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)$:

1) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$;

3) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$

2) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2}$; 4) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)}$.

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:

   1) одну точку из М;

   2) конечное число точек из М;

   3) ни одной точки из М;

   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n=\{(a_1,a_2,\ldots,a_n) \mid a_i \in R, i=1,\ldots,n\}$, $x \in R^n$, $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}}$; 3) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,3}}$

   2) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$; 4) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} x_i$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:

   1) $N -$ множество натуральных чисел;

   2) $Z -$ множество целых чисел;

   3) $Q -$ множество рациональных чисел;

   4) $C -$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве l_2, элементами которого служат всевозможные последовательности действительных чисел $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n,\ldots)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 < \infty$$

скалярное произведение определяется равенством: $x, y \in l_2$

   1) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)$; 3) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)^2$;

   2) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot y_i$; 4) $(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)^2}$

7. Функция $f(x)$, заданная на множестве Е, называется *измеримой,* если:
   1) это множество Е измеримо;
   2) при любом a измеримо множество $E(f > a) = \{x \in E \mid f(x) > a\}$;
   3) множество Е измеримо и при любом a измеримо множество $E(f > a) = \{x \in E \mid f(x) > a\}$.

Вариант 3.

1. Множество N натуральных чисел является:

1) конечным;
2) счетным;
3) пустым;
4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на R:

1) $\rho(x, y) = x - y$;
2) $\rho(x, y) = y - x$;
3) $\rho(x, y) = |x - y|$;
4) $\rho(x, y) = \sin(x - y) \qquad x, y \in R$

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется точкой прикосновения множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:

1) одну точку из М;
2) хотя бы одну точку из М;
3) ни одной точки из М;
4) конечное число точек из М.

4. В пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций $f = f(x)$ на отрезке $[a,b]$ норма определяется формулой:

1) $\|f\| = |f(x)|$;
2) $\|f + g\| = |f(x) + g(x)|$;
3) $\|f\| = \max\limits_{a \le x \le b} |f(x)|$;

4) $\|f\| = \min\limits_{a \le x \le b} |f(x)|$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:

1) $N -$ множество натуральных чисел;
2) $Z -$ множество целых чисел;
3) $Q -$ множество рациональных чисел;
4) $R -$ множество действительных чисел;

6. В $n-$мерном арифметическом пространстве R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, скалярное произведение определяется равенством: $x, y \in R^n$

1) $(x, y) = \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$;

3) $(x, y) = \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2$;

2) $(x, y) = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$;

4) $(x, y) = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2}$

7. В определении интеграла Лебега точки x группируются:

1) по признаку близости их на оси Ox;
2) по признаку достаточной близости соответствующих значений функции;
3) произвольным образом.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации (зачет)

Контрольные вопросы по курсу.

1.Понятие множество. Операции над множествами.

2. Счетные и несчетные множества. Примеры.

3. Эквивалентность множеств. Мощность множества. Примеры.

4. Определение метрического пространства. Примеры.

5. Замыкание множества. Предельная точка. Сходимость.

6. Открытые и замкнутые множества.

7. Открытые и замкнутые множества на числовой прямой.

8. Полнота метрических пространств.

9. принцип сжимающих отображений.

10. Компактность множеств в метрических пространствах.

11. Линейные пространства. Примеры.

12. Линейная зависимость и независимость элементов.

13. Линейные функционалы. Примеры.

14. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.

15. Теорема Хана-Банаха.

16. Определение нормированного пространства. Примеры.

17. Евклидовы пространства. Примеры.

18. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

19. Замкнутые ортогональные системы.

20. Полные евклидовы пространства. Теорема Рисса-Фишера.

21. Линейные функционалы и операторы.

22. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве.

23. Мера элементарных множеств.

24. Лебегова мера плоских множеств.

25. Аддитивность и $\sigma-$аддитивность меры.

26. определение и основные свойства измеримых множеств.

27. Действия над измеримыми функциями.

28. Эквивалентность функций. Сходимость почти всюду.

30. Определение интеграла Лебега.

31. Основные свойства интеграла Лебега.

32. Предельный переход под знаком интеграла.

33. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

7.3. Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции (УК-1)	Уровни освоения компетенций			
	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»[1]
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки	Не знает материал. Не умеет выполнять практические задания. Не может ответить

	обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций		на поставленные вопросы.
ПК-1	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает учебный материал. Умеет доказывать, изученные теоремы ТФДП, умеет доказывать утверждения, аналогичные ранее изученным, умеет анализировать и синтезировать полученную информацию, решать задачи, аналогичные решенным, затрудняется при решении новых нерешенных задач.	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки.	Не знает материал. Не умеет выполнять практические задания. Не может ответить на поставленные вопросы
ПК-3	Знает и понимает актуальные проблемы дисциплины, выходящие за рамки учебной информации.Умеет применять различные методы и технологии для решения задач. Умеет представлять , объяснять, анализировать и интерпретировать полученные результаты, умеет доказывать утверждения ТФДП, не аналогичные ранее изученным	Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает и понимает основные определения и теоремы курса ТФДП, актуальные проблемы дисциплины в рамках учебной информации, умеет находить необходимую информацию по математике, подготовлен к воспроизведению полученных знаний.	Плохо усвоил материал.Не знает основные определения и теоремы курса. Не справляется с решением пройденных задач.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Перечень основной учебной литературы

1. 1. Дерр.В.Я. Д36 Теория функций действительной переменной. Лекции и упражнения: Учеб.пособие/В.Я.Дерр.-М.:Высшая школа 2008.-384с.
2. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Б64 Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: Учебное пособие. 2-е изд. СПб.: Издательство «Лань», 2010.-464с.

3. Бакушинский А.Б. Б.198 А.Б Элементы функционального анализа : учеб.пособие для.студентов М.6Издательский центр «Академия», 2011.-192с.
4. Шарапудинов И.И. Некоторые вопросы теории приближений в пространствах Лебега с переменным показателем, Владикавказ Изд-во научного центра РАН, 2012.
5. Крепкогорский, В. Л. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Л. Крепкогорский. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 116 с. — ISBN 978-5-7882-1650-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/62016.html
6. Осиленкер, Б. П. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебно-практическое пособие / Б. П. Осиленкер. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 132 с. — ISBN 978-5-7264-1186-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/60819.html

8.2. Перечень дополнительной учебной литературы

1) Грибанов Ю.И. Функциональный анализ в упражнениях. Казань: Изд. КГУ
2) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
3) Очан Ю.С. Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного. М.: Просвещение, 1965.
4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
5) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С.,
Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.

8.3. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1) Википедия http://ru.wikipedia.org/wiki
2) Образовательный математический сайт «Экспонента»
http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/
3) Мир математических уравнений
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm
4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!
http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm
5) Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff
6) Www.mathedu.ru
7) www.libgen.info

8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки

текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.
4. Операционные системы Windows 7, 10.
5. MS Office 2007/2010.
6. Архиваторы: WinRar, WinZip
7. Антивирусные средства: Kaspersky
8. Программы для работы с изображением: AcrobatReader
9. Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mazilla FireFox

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:
Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:
1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.
Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Учебный материал дисциплины «Теория функций действительного переменного» состоит из следующих разделов: 1) Элементы теории множеств; 2) Метрические пространства; 3). Линейные пространства; 4 Нормированные пространства; 5) Евклидовы пространства; 6) Мера плоских множеств; 7) Измеримые функции; 8) Интеграл Лебега
После изучения теоретического материала студент должен:
знать основными положениями классических разделов ТФДП.
овладеть навыками применения основных алгоритмов ТФДП во всех разделах математического знания.

По окончании практического курса студент должен:
- Свободно владеть основными понятиями *теории функции действительной переменной* и *функционального анализа.*

Для успешного освоения учебного материала курса «Теория функций действительного переменного» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.
Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.
В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.
Текущий контроль:
- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:
- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:
- **зачет**

11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электроном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающихся, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

Автор рабочей программы дисциплины (модуля):

Доцент кафедры высшей математики, к.ф.м.н., доцент, Ярахмедов Г.А.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

Б1.О.07.05. ***«Теория функций действительного переменного»***

1. **Цель освоения дисциплины (модуля):**

Целью освоения дисциплины «Теория функций действительного переменного» являются:

Формирование систематических знаний о методах теории функций действительного переменного, её месте и роли в системе математического образования среднего уровня.

- развитие логического мышления и математической культуры;

2. **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина Б1.О.07.05.«**Теория функций действительного переменного**» входит в обязательную часть предметно-содержательного модуля: «математика» направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование,* профили «Математика» и «Информатика» (квалификация – «бакалавр»).

3. **Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):**

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
Универсальные – УК-1, профессиональные – ПК-1, ПК-3.

4. **Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы (72 часа).**

5. **Семестр: 9**
6. **Основные разделы дисциплины (модуля):**

1. Элементы теории множеств.
2. Метрические пространства.
3. Линейные пространства.
4. Нормированные пространства.
5. Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.
6. Мера плоских множеств.
7. Измеримые множества.
8. Интеграл Лебега.

7. **Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации: зачет**

8. **Автор: Ярахмедов Гаджиахмед Абдулганиевич, доцент**