

Министерство просвещения Российской Федерации  
ФГБОУ ВО "Дагестанский государственный педагогический  
университет им. Р. Гамзатова"

Кафедра высшей математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.07 ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ «МАТЕМАТИКА»**

**Б1.О.07.08 ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ**

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили): «Математика» и «Информатика»

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Год приема – 2024

Форма обучения	Се-местр	Трудо-емкость	Виды учебной работы					Форма аттеста-ции
			Лек-ции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Проме-жуточный кон-троль	СРС	
очная	9	72	12	20			40	зачет
заочная	9	72	2	6		3	61	зачет

Махачкала, 2024

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью освоения дисциплины «Числовые системы» является обобщение, систематизация и углубление знаний студентов об основных числовых системах;

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (Теории вероятностей и мат. статистики).  ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.  ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).  ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании предмета Числовые системы по профилю

		<p>Математика и информатика) в учебной и во внеурочной деятельности.</p> <p>ПК-3.3. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p>
--	--	--

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.О.07.08 «Числовые системы» относится к **обязательной части** и **Модулю Б1.О.07.08 Модуль «Предметно-методический модуль»** учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

Дисциплина Б1.О.07.08 «Числовые системы» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин « Математический анализ», «Геометрия», «Алгебра».

Компетенции сформированные в процессе изучения указанных дисциплин необходимы для освоения содержания и выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1, ПК-3

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1	методы критического анализа и синтеза информации	применять системный подход для решения поставленных задач	навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> <li>роль и место математики в общей картине научного знания; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.</li> </ul>	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	<ul style="list-style-type: none"> <li>действием проектирования различных форм учебных занятий, навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.</li> </ul>
ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных</li> </ul>

	особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету теория вероятностей и мат. статистики в рамках урочной и внеурочной деятельности.	результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.
--	--	---	---

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа). Дисциплина изучается в 9 семестре (ах)

#### ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№1	№2
<b>Общая трудоемкость</b> дисциплины по учебному плану	<b>72</b>	<b>72</b>	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	12	20	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	20	20	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачёт	

#### ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№1	№2
<b>Общая трудоемкость</b> дисциплины по учебному плану	<b>72</b>	<b>72</b>	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	2	2	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	6	6	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№1	№2
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся(СРС)</b>	<b>61</b>	<b>61</b>	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)	<b>3</b>		
Вид промежуточного контроля:		зачёт	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Натуральные, целые, рациональные, действительные и комплексные числа		6/2		10/2	20
2	Структуры групп, колец и полей		6/2		10/4	20
	<i>Курсовое проектирование</i>	X				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	X				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	X				X
	Итого:	72	12/4		20/6	40

## заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Натуральные, целые, рациональные, действительные и комплексные числа		2/2		3/2	30
2	Структуры групп, колец и полей				3/2	31
	<i>Курсовое проектирование</i>	X				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	X				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	3				X
	Итого:	72	2/2		6/4	61

### 5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

*Указываются темы и их краткое содержание.*

**Тема 1. «Задачи обоснования математики».** 1.1. Содержательные и формальные аксиоматические теории. 1.2. Схема построения неформальной аксиоматической теории. 1.3. Непротиворечивость, категоричность, независимость и полнота аксиоматической теории. 1.4. Содержательная аксиоматическая теория натуральных чисел. 1.5. Свойства сложения и умножения натуральных чисел. 1.6. Порядок во множестве натуральных чисел. 1.7. Категоричность содержательной аксиоматической теории натуральных чисел. 1.8. Независимость аксиомы индукции и ее роль в построении арифметики натуральных чисел. 1.9. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел.

**Тема 2. «Упорядоченные множества и алгебраические системы».** 2.1. Упорядоченные полугруппы, группы, полукольца и их свойства. 2.2. Линейно упорядоченные кольца, тела и поля и их свойства. 2.3. Критерий линейно упорядоченного кольца. 2.4. Критерий однозначности линейного и строго порядка в кольце. 2.5. Критерий продолжения порядка. 2.6. Примеры колец с неоднозначным или не архимедовым порядком.

**Тема 3. «Аксиоматическая теория целых чисел».** 3.1. Представление целого числа в виде разности двух натуральных чисел. 3.2. Упорядоченность кольца целых чисел. 3.4. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

**Тема 4. «Аксиоматическая теория рациональных чисел».** 4.1. Представление рационального числа в виде частного двух рациональных чисел. 4.2. Свойства рациональных чисел. 4.3. Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел. 4.4. Нормированные поля. 4.5. Примеры норм: тривиальная, естественная,  $p$ -адическая нормы. 4.6. Последовательности в нормированных полях. 4.7. Ограниченная, фундаментальная, сходящаяся последовательности, эквивалентные последовательности и их свойства.

**Тема 5. «Аксиоматическая теория действительных чисел».** 5.1.Свойства действительных чисел, представление действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. 5.2.Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.

**Тема 6. «Аксиоматическая теория комплексных чисел».** 6.1.Свойства комплексных чисел. 6.2.Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел. 6.3.Линейные алгебры конечного ранга над полем. 6.4.Алгебры с делением. 6.5.Тело кватернионов – линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел. 6.6.Теорема Фробениуса.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1	Системы чисел	Типовая контрольная работа
2	Структуры числовых систем	Индивидуальное/групповое задание

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

*Указывается перечень компетенций в процессе освоения образовательной программы.*

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Средства текущего контроля успеваемости	Перечень компетенций
1	Системы чисел	Типовая контрольная работа	УК-1,ПК-1,ПК-3
2	Структуры числовых систем	Индивидуальное/групповое задание	УК-1,ПК-1,ПК-3

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

В университете БРС применяется при реализации всех дисциплин (в том числе при оценивании курсовых работ (проектов)) и практик, установленных учебными планами ОП ВО.

Оценка обучающегося по дисциплине в БРС формируется из:

- баллов, полученных при проведении текущего контроля успеваемости;
- баллов, полученных на промежуточной аттестации.

Баллы, полученные обучающимся при проведении текущего контроля успеваемости, представляют собой сумму баллов, полученных по контрольным точкам, а также дополнительных и премиальных баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости фиксируются в единых для всего университета контрольных срезах, устанавливаемые после определенного периода обучения. Для очной формы обучения устанавливаются 2 контрольных среза в каждом семестре. Для заочной – по результатам итогового контроля освоения дисциплины.

По каждому контрольному срезу обучающемуся начисляются баллы за:

- посещаемость в оцениваемый период (20%);
- результаты обучения по (80%):

а) освоенным за оцениваемый период разделам и (или) темам (очная форма обучения);

б) дисциплине (очно-заочная и заочная форма обучения).

По дисциплине обучающемуся могут быть начислены:

- дополнительные баллы;
- премиальные баллы.

Перевод оценок из пятибалльной системы оценивания в 100-балльную по дисциплинам и практикам, а также оценок обучающихся, переведенных в университет из других организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых БРС не применялась, и в других подобных случаях осуществляется следующим образом:

- «отлично» - **85-100 баллов;**
- «хорошо» - **70-84 баллов;**
- «удовлетворительно» - **51-69 баллов;**
- «зачтено» - **51 балл.**

Максимальное количество баллов обучающегося по одной дисциплине (включая баллы, полученные при проведении текущего контроля успеваемости, и баллы, полученные на промежуточной аттестации) составляет 100 баллов.

Если средний рейтинговый балл студента по дисциплине гарантирует ему положительную оценку, в соответствии со шкалой оценок, то преподаватель обязан при желании студента выставить соответствующую оценку без итогового контроля, проставив полученный им средний рейтинговый балл.

Студент может повысить свой рейтинговый балл, проходя итоговый контроль, но при этом весомость набранного в ходе текущего контроля среднего рейтингового балла составляет: 0,5 (50%).

По дисциплине с итоговым контролем – «зачет» студент допускается к сдаче зачета только в том случае, если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 30 и выше. В противном случае он автоматически получает – «незачтено». Если его средний рейтинговый балл по итогам срезов составляет 51 и выше, он автоматически получает – «зачтено».

В случаях, когда студент желает повысить свой рейтинговый балл и принимает решение участвовать в промежуточной аттестации, то весомость средних рейтинговых баллов, полученных при проведении **текущего контроля** успеваемости и полученных на промежуточной аттестации составляет: 0,5 (50%) и 0,5 (50%).

При проведении текущего контроля успеваемости преподаватель может учесть дополнительные баллы в качестве премиальных баллов, начисляемых обучающемуся:

- определения дополнительных баллов по научно-исследовательской деятельности

Показатель	Баллы
Публикация статьи в журнале, сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции	От 5 до 10
Публикация тезисов статьи в сборнике трудов российской, региональной, вузовской конференции, депонирование статьи	От 5 до 10
Доклады на конференциях: внутривузовских, межвузовских, всероссийских и международных	От 5 до 10
Участие в конкурсах грантов: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 10 до 15
Участие в конкурсах НИРС: внутривузовский, региональный, всероссийский и международный	От 5 до 10

Участие в изготовлении демонстрационных материалов, наглядных и учебно-методических пособий и т.д.	От 5 до 10
Получение патента, свидетельства на охрану интеллектуальной собственности	От 10 до 15
Участие в вузовской, межвузовской, всероссийской олимпиадах	От 5 до 10
Внедрение результатов исследований в учебный, производственный процесс	От 5 до 10

- определения дополнительных баллов по общественной деятельности

<b>Показатель</b>	<b>Баллы</b>
Участие в организационной структуре факультета: староста группы, курса, профорг студентов факультета и т.д.	От 10 до 15
Организация разовых общественных акций на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в культурно-массовых мероприятиях на факультете, в университете и т.д.	От 10 до 15
Участие в вузовских спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в городских, областных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 15
Участие в российских, международных спортивных, организационно-воспитательных мероприятиях	От 10 до 20

Весомость среднего рейтингового балла и баллов, полученных на пересдаче, составляет соответственно: 0,3 (30%) и 0,7 (70%).

Если студент после пересдачи не получил положительной оценки, то он в установленные вузом сроки идет на комиссионную пересдачу дисциплины.

Весомость среднего балла, полученного при комиссионной сдаче, составляет, соответственно 0 (0%) и 1 (100%), а баллы, полученные при повторной сдаче – аннулируются.

Студент, пропустивший текущий контроль по уважительной причине (болезнь или иные причины, подтвержденные документально), должен его пройти до сдачи следующего промежуточного контроля по дисциплине. Для этого с разрешения декана факультета, директора института формируется индивидуальная балльно-рейтинговая ведомость.

Итоговая оценка по результатам освоения дисциплины выставляется по 5-балльной шкале или в зачетном формате (в соответствии с формой промежуточной аттестации по дисциплине, установленной учебным планом).

Итоговая оценка заносится в экзаменационную (зачетную) ведомость и зачетную книжку студента.

Итоговый государственный экзамен по специальности оценивается по 100 – балльной шкале.

Правила перевода оценок из 100-балльной системы в пятибалльную систему приведены в таблице 1.

<b>Форма промежуточной аттестации по дисциплине, практике</b>	<b>Отрицательная оценка</b>	<b>Положительные оценки</b>		
Зачет	<b>Не зачтено</b> (менее 50 баллов)	<b>Зачтено</b> (более 50 баллов)		
Курсовая работа Зачет с оценкой Экзамен	<b>Неудовлетворительно</b> (менее 50 баллов)	<b>Удовлетворительно</b> (51-69 баллов)	<b>Хорошо</b> (70-84 баллов)	<b>Отлично</b> (85-100 баллов)

## 7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

### Задания для типовых контрольных работ

1. Выясните, удовлетворяет ли множество  $N'$  с заданным на нем отношением  $n'$  «следовать за  $n$ » аксиомам Пеано; укажите, какие аксиомы выполнены, а какие – нет:
  - a)  $N' = \{n \in N \mid n \geq 6\}$ ,  $n' = n + 1$ ;
  - b)  $N' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $1' = 2$ ,  $2' = 3$ ,  $3' = 4$ ,  $4' = 5$ ,  $5' = 1$ ,  $6' = 6$ .
2. Вычислите:  $2 + 3$ ,  $2 \cdot 3$ .
3. Пусть  $a, b, n \in N$ . Докажите справедливость следующих утверждений:
  - a)  $a + a = b + b \Rightarrow a = b$ ;
  - b)  $n > 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : n = 2x \vee n = 2x + 1$ ;
  - c)  $a > 2 \Rightarrow \exists(k \in N) : a = 3k \vee a = 3k + 1 \vee a = 3k + 2$ ;
  - d)  $n \neq 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : (n - 1) \cdot n = x + x$ ;
  - e)  $n \neq 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) = 3x$ .
4. Решите на множестве натуральных чисел уравнения:
  - a)  $x^2 = 2$ ;
  - b)  $x^2 = x$ ;
  - c)  $3a = a^2$ ;
  - d)  $xy = 1$ ;
  - e)  $xy = x$ ;
  - f)  $x^2y = 4$ ;
  - g)  $4x = 4y + 1$ ;
  - h)  $2n + 1 = 2x$ ;
  - i)  $x^2 + y^2 = 5$ .

### Аксиоматические теории целых и рациональных чисел

1. Пусть  $P_1 = \{\langle m, n \rangle \mid m, n \in \mathbf{N}\}$ . Определим на  $P_1$  операции  $\oplus$ ,  $\otimes$  и отношение  $\sim$ . Для любых элементов  $\langle m, n \rangle, \langle k, l \rangle \in P_1$ :

$$\langle m, n \rangle \oplus \langle k, l \rangle = \langle m + k, n + l \rangle,$$

$$\langle m, n \rangle \otimes \langle k, l \rangle = \langle mk + nl, ml + nk \rangle,$$

$$\langle m, n \rangle \sim \langle k, l \rangle \Leftrightarrow m + l = k + n.$$

- a. Является ли операция  $\oplus$  ассоциативной?
- b. Является ли операция  $\oplus$  коммутативной?
- c. Является ли операция  $\otimes$  ассоциативной?
- d. Является ли операция  $\otimes$  коммутативной?
- e. Дистрибутивна ли операция  $\otimes$  относительно операции  $\oplus$ ?

- f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\oplus$ ? Является ли система  $\langle P_1, \oplus, \otimes \rangle$  кольцом?
- g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\otimes$ ?
- h. Рефлексивно ли отношение  $\sim$ ?
- i. Симметрично ли отношение  $\sim$ ?
- j. Транзитивно ли отношение  $\sim$ ?
- k. Является ли отношение  $\sim$  отношением порядка? эквивалентности?
- l. Перечислите не менее трёх пар, принадлежащих классу эквивалентности, порожденному парой  $\langle 2, 3 \rangle$ .
- m. Существует ли среди классов эквивалентных пар элемент, противоположный классу, порожденному парой  $\langle 11, 9 \rangle$ ? Если – да, то найдите его, если – нет, докажите, что он не существует.

2. Решите на множестве целых чисел уравнения:

a)  $x^2 = 2$ ;

d)  $xy = 1$ ;

g)  $4x = 4y + 1$ ;

b)  $x^2 = x$ ;

e)  $xy = x$ ;

h)  $2n + 1 = 2x$ ;

c)  $3a = a^2$ ;

f)  $x^2y = 4$ ;

i)  $x^2 + y^2 = 5$ .

3. Пусть  $P_2 = \{ \langle a, n \rangle \mid a \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N} \}$ . Определим на  $P_2$  операции  $\oplus$ ,  $\otimes$  и отношение  $\sim$ . Для любых элементов  $\langle a, n \rangle, \langle b, m \rangle \in P_2$ :

$$\langle a, n \rangle \oplus \langle b, m \rangle = \langle am + bn, mn \rangle,$$

$$\langle a, n \rangle \otimes \langle b, m \rangle = \langle ab, mn \rangle,$$

$$\langle a, n \rangle \sim \langle b, m \rangle \Leftrightarrow am = bn.$$

- a. Является ли операция  $\oplus$  ассоциативной?
- b. Является ли операция  $\oplus$  коммутативной?
- c. Является ли операция  $\otimes$  ассоциативной?
- d. Является ли операция  $\otimes$  коммутативной?
- e. Дистрибутивна ли операция  $\otimes$  относительно операции  $\oplus$ ?
- f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\oplus$ ?
- g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\otimes$ ?
- h. Рефлексивно ли отношение  $\sim$ ?
- i. Симметрично ли отношение  $\sim$ ?
- j. Транзитивно ли отношение  $\sim$ ?
- k. Является ли отношение  $\sim$  отношением порядка? эквивалентности?

- l. Перечислите не менее трёх пар, принадлежащих классу эквивалентности, порожденному парой  $\langle 2, 3 \rangle$ .
- m. Существует ли среди классов эквивалентных пар элемент, противоположный классу, порожденному парой  $\langle 11, 9 \rangle$ ? Если – да, то найдите его, если – нет, докажите, что он не существует.

### Аксиоматическая теория действительных чисел

1. Пусть  $F = \{ \{a_n\}_n \mid a_n \in \mathbf{Q}, \{a_n\}_n \text{ – фундаментальная последовательность} \}$ . Определим на  $F$  операции  $\oplus$ ,  $\otimes$  и отношение  $\sim$ . Для любых элементов  $\{a_n\}_n, \{b_n\}_n \in F$ :

$$\{a_n\}_n \oplus \{b_n\}_n = \{a_n + b_n\}_n,$$

$$\{a_n\}_n \otimes \{b_n\}_n = \{a_n \cdot b_n\}_n,$$

$$\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Leftrightarrow \{a_n - b_n\}_n \text{ – нулевая последовательность.}$$

- a. Является ли операция  $\oplus$  ассоциативной?
  - b. Является ли операция  $\oplus$  коммутативной?
  - c. Является ли операция  $\otimes$  ассоциативной?
  - d. Является ли операция  $\otimes$  коммутативной?
  - e. Дистрибутивна ли операция  $\otimes$  относительно операции  $\oplus$ ?
  - f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\oplus$ ?
  - g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции  $\otimes$ ?
  - h. Рефлексивно ли отношение  $\sim$ ?
  - i. Симметрично ли отношение  $\sim$ ?
  - j. Транзитивно ли отношение  $\sim$ ?
  - k. Является ли отношение  $\sim$  отношением порядка? эквивалентности?
2. Рациональными или иррациональными являются числа:  $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ ;  
 $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}}$  ?

### Комплексные числа и кватернионы

1. Пусть  $P_3 = \{ \langle a, b \rangle \mid a, b \in \mathbf{R} \}$ . Определим на  $P_3$  операции  $\oplus$ ,  $\otimes$ . Для любых элементов  $\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in P_3$ :

$$\langle a, b \rangle \oplus \langle c, d \rangle = \langle a + b, c + d \rangle,$$

$$\langle a, b \rangle \otimes \langle c, d \rangle = \langle ac - bd, ad + bc \rangle.$$

- a) Является ли операция  $\oplus$  ассоциативной?
- b) Является ли операция  $\oplus$  коммутативной?
- c) Является ли операция  $\otimes$  ассоциативной?

- d) Является ли операция  $\otimes$  коммутативной?
- e) Дистрибутивна ли операция  $\otimes$  относительно операции  $\oplus$ ?
- f) Докажите, что существует нейтральный элемент  $\theta$  относительно операции  $\oplus$ .
- g) Докажите, что существует нейтральный элемент  $e$  относительно операции  $\otimes$ .
- h) Является ли система  $\langle P_3, \oplus, \otimes \rangle$  кольцом? полем?
- i) Решите на  $P_3$  уравнение  $x^2 \oplus e = \theta$ .
- j) Докажите, что для любых элементов  $\alpha \neq \theta, \beta \in P_3$  уравнение  $\alpha \otimes x = \beta$  разрешимо в  $P_3$ .
2. Для кватернионов  $\alpha = 2i + 3k$  и  $\beta = 4j - 5k$  найдите:  $\alpha - \beta$ ;  $\alpha \cdot \beta$ ;  $\alpha^2 + \beta^2$ ;  $2\alpha - \beta - 1$ .

### 1. Семестр-9; форма аттестации – зачет.

#### 2. Перечень вопросов к зачету

1. Задачи обоснования математики.
2. Содержательные и формальные аксиоматические теории.
3. Схема построения неформальной аксиоматической теории.
4. Непротиворечивость, категоричность, независимость и полнота аксиоматической теории.
5. Содержательная аксиоматическая теория натуральных чисел.
6. Свойства сложения и умножения натуральных чисел
7. Порядок во множестве натуральных чисел.
8. Категоричность содержательной аксиоматической теории натуральных чисел.
9. Независимость аксиомы индукции и ее роль в построении арифметики натуральных чисел.
10. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел.
11. Теоремы Геделя и Генцена.
12. Упорядоченные множества и алгебраические системы.
13. Упорядоченные полугруппы, группы, полукольца и их свойства.
14. Линейно упорядоченные кольца, тела и поля и их свойства.
15. Критерий линейно упорядоченного кольца.
16. Критерий однозначности линейного и строго порядка в кольце.
17. Критерий продолжения порядка.
18. Примеры колец с неоднозначным или не архимедовым порядком.
19. Аксиоматическая теория целых чисел.
20. Представление целого числа в виде разности двух натуральных чисел.
21. Упорядоченность кольца целых чисел.
22. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.
23. Аксиоматическая теория рациональных чисел.
24. Представление рационального числа в виде частного двух рациональных чисел.
25. Свойства рациональных чисел.
26. Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
27. Нормированные поля.
28. Примеры норм: тривиальная, естественная,  $p$ -адическая нормы.
29. Последовательности в нормированных полях.
30. Ограниченная, фундаментальная, сходящаяся последовательности, эквивалентные последовательности и их свойства.
31. Аксиоматическая теория действительных чисел.

32. Свойства действительных чисел, представление действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел.
33. Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.
34. Аксиоматическая теория комплексных чисел.
35. Свойства комплексных чисел.
36. Категоричность и непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.
37. Линейные алгебры конечного ранга над полем.
38. Алгебры с делением.
39. Тело кватернионов – линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел.
40. Теорема Фробениуса.

**7.3. Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице**

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Уровни освоения компетенций			
	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно» <sup>1</sup>
	«зачтено»			«не зачтено»
Компетенция (шифр и индикаторы) УК-1: УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3. ПК-1: ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3. Критерий «знать» 1 Критерий «уметь» 2- Критерий «владеть» 3-	Полностью выполнены требования к сформированности компетенции в рубриках «знать», «уметь», «владеть». обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями.	Выполнены требования к сформированности компетенции в рубриках «знать», «уметь», «владеть» с небольшими затруднениями	Требования к сформированности компетенции в рубрике «знать» и «уметь». «владеть» выполнены не полностью, испытывает трудности при применении знаний, умений, имеются пробелы в полученных знаниях, умениях.	Не выполнены требования к сформированности компетенции в рубриках «знать», «уметь» и «владеть». Материал дисциплины не освоен, необходимые навыки и умения не получены.

**8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**8.1. Перечень основной учебной литературы**

1. Ларин С.В., Числовые системы, М., Изд центр «Академия», 2011.
2. Нечаев В.М., Числовые системы, Просвещение, М., 2009.
3. Феферман С., Числовые системы, Наука, М., 2008.

4. Курош А.Г., Курс высшей алгебры, изд.13, «Наука», 2010.
5. Стол Р.Р., Множеств. Логика. Аксиоматические теории, М., Просвещение, 1968.
6. Мальцев А.И., Основы линейной алгебры, Санкт-Петербург, изд. «Лань», 2009.
7. Мальцев А.И., Алгебраические системы, М., «Наука», 2007.
8. Марков А.А., О логике конструктивной математики, М., Знание, 1972.
9. Блох А.Ш., Числовые системы, Минск, Вышэйшая школа, 1982.

## 8.2. Перечень дополнительной учебной литературы

Указывается не более десяти наименований.

1. Грибанов В.У., Титов П.И., Сборник упражнений по теории чисел. М., Просвещение, 1964.
2. Завало С.Т. и др. Алгебра и теория чисел, часть 2. Киев, Вища школа, 1980.
3. Казибеков Т.Л., Кулибеков Н.А., Гамидова П.Г. Элементы теории чисел (учебно-методическое пособие для проведения практических и лабораторных занятий). Махачкала, ДГПУ, 2005.
4. Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел, часть 3. М., Просвещение, 1984.

## 8.3. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
- 5) Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)
- 6) Www.mathedu.ru
- 7) [www.libgen.info](http://www.libgen.info)
- 8) «КнигаФонд» <http://www.knigafund.ru>
- 9) «Юрайт» [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
- 10) «Айбукс» [www.lbooks.ru](http://www.lbooks.ru)

## 8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимо использование следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов.

2. Компьютерное и мультимедийное оборудование ДГПУ.

3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

Операционные системы Windows 7, 10.

MS Office 2007/2010.

Архиваторы: WinRar, WinZip

Антивирусные средства: Kaspersky

Программы для работы с изображением: AcrobatReader

Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mozilla FireFox

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

1. Варианты контрольных работ.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

*После изучения теоретического материала студент должен:*

- знать основные аксиомы и теоремы числовых систем
- овладеть методами доказательств теорем числовых систем.

*По окончании практического курса студент должен:*

- овладеть основными методами решения задач.

Для успешного освоения учебного материала курса «Числовые системы» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (зачет).

*Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.*

*Текущий контроль:*

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

*Промежуточный контроль:*

- Контрольная работа по курсу

*Итоговый контроль:*

- зачет

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### ***Рекомендации по подготовке к аудиторным занятиям***

#### ***Лекционные занятия***

Умение сосредоточенно слушать лекции, активно воспринимать излагаемые сведения – это важнейшее условие освоения данной дисциплины. Каждая из лекций сопровождается компьютерной презентацией. Кроме того, в конце каждой лекции с целью создания условий для осмысления содержания лекционного материала обучающимся предлагается ответить на вопрос для размышления. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить материал. Поэтому в ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращая внимание на самое важное и существенное в нем. Имеет смысл оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, замечания, дополнения. Целесообразно разработать собственную "маркографию" (значки, символы), сокращения слов.

#### ***Практические занятия***

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом важно учитывать рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Важно также опираться на конспекты лекций. В ходе занятия важно внимательно слушать выступления своих однокурсников. При необходимости задавать им уточняющие вопросы, активно участвовать в обсуждении изучаемых вопросов. В ходе своего выступления целесообразно использовать как технические средства обучения, так и традиционные, то есть доску и мел (при необходимости).

### ***Организация внеаудиторной деятельности обучающихся***

Внеаудиторная деятельность обучающегося по данной дисциплине предполагает самостоятельный поиск информации, необходимой, во-первых, для выполнения заданий самостоятельной работы (инвариантной и вариативной частей) и, во-вторых, подготовку к текущей и промежуточной аттестации. Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у обучающегося умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий.

#### ***Подготовка к зачету (экзамену)***

В процессе подготовки к зачету обучающемуся рекомендуется так организовать свою учебу, чтобы все виды работ и заданий, предусмотренные рабочей программой, были выполнены в срок. Основное в подготовке к зачету - это повторение всего материала учебной дисциплины. В дни подготовки к зачету необходимо избегать чрезмерной перегрузки умственной работой, чередуя труд и отдых. При подготовке к сдаче зачета старайтесь весь объем работы распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени. При подготовке к зачету целесообразно повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, заданий, которые выносятся на зачет и содержащихся в данной программе.

## **11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электронном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины (модуля):**

*Доцент кафедры высшей математики, к.ф.-м.н., доцент, Ярахмедов Г.А.*

## **АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):**

### **«Б1.О.07.08 Числовые системы»** (наименование дисциплины (модуля))

- 1. Цель освоения дисциплины (модуля):** Целью освоения дисциплины «Числовые системы» являются:
  2. Формирование математических знаний в области числовых систем и применение их в практике.
  3. Развитие вычислительных навыков и логического мышления.

#### **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Числовые системы» относится к **обязательной части** и **Модулю Б1.О.07.Модуль** «Предметно-методический модуль» по профилю Математика учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

#### **3. Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):**

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
Универсальные – УК-1, профессиональные – ПК-1, ПК-3.

#### **4. Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы (72 часа).**

#### **5. Семестр: 9 (девятый)**

#### **6. Основные разделы дисциплины (модуля):** Системы чисел и структуры числовых систем

#### **7. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации:** зачет

#### **8. Автор: Ярахмедов Гаджихмед Абдулганиевич, доцент.**