

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Дагестанский государственный педагогический
университет»

Кафедра высшей математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В. ДВ. 03 ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВЫБОРУ 3

Б1.В.ДВ.03.02. Уравнения математической физики

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профиль) – «Физика» и «Математика»

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Форма обучения	Семестр	Трудо-емкость	Виды учебной работы					СРС	
			Лек-ции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Проме-жуточный контроль			
очная	7	72	16	16			40	зачет	
заочная	7	72	4	4			64	зачет	

Махачкала, 2022

Автор рабочей программы дисциплины (модуля):

профессор кафедры высшей математики, к.ф.-м.н., Гаджимурадов М.А.

Программа утверждена на заседаниях:

кафедры высшей математики (*протокол № 10 от «22» июня 2022 г.*)

Зав. кафедрой: Гаджимурадов М.А. к.ф.м.н., проф



(подпись)

Учёного совета института физико-математического и информационно-технологического образования (*протокол № 10 от «27» июня 2022 г.*)

Председатель: Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент



(ФИО, ученое звание)

(подпись)

учебно-методического совета ДГПУ (*протокол № 4 от «28» июня 2022 г.*)

Председатель УМС: Дибиров И.А. *И. Дибиров*

(подпись)

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью освоения дисциплины «Уравнение математической физики» являются формирование систематических знаний в области уравнений математической физики, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей логического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике. Способен провести анализ и геометрическую интерпретацию формулировок и теорем и применять их при решении различных задач.	ПК-1.1. Применяет основные алгоритмы дисциплины во всех разделах математического знания. ПК-1.2. Владеет навыками математического моделирования при решении практических задач. ПК-1.3 Умеет доказывать изученные теоремы дисциплины, Умеет анализировать пройденный курс.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина **Б1.В.ДВ.03.02. Уравнения математической физики** относится к дисциплине по выбору учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

Дисциплина **Б1.В.ДВ.03.02. Уравнения математической физики** базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнение».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математической статистики», «Дифференциальная геометрия», «Курсы по выбору», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1.

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1 -Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	- классические теоремы математического анализа, аксиоматическую теорию действительных чисел; методологические основы математических дисциплин.	- выбирать методы конструирования доказательства теорем и решения задач; оперативно использовать теоретические знания при решении задач исследовательского характера	- навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.
ПК – 1 – Способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике,	-универсальный характер законов логики математических рассуждений; технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем.	- использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.	- навыками использования законов логики математических рассуждений в других областях человеческой деятельности; современными технологиями обновления и применения профессиональных знаний.

общекультурное значение математики.			
-------------------------------------	--	--	--

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа). Дисциплина изучается в 7 семестре.

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		7	
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	16	16	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	40	40	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:			

ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		7	
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	72	72	
1. Контактная работа:			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	4	4	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	4	4	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)	64	64	
в том числе часов, выделенных на подготовку к			

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		7	
экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачет	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	«Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений».	32	6		6	20
2						
3	«Основы теории классических уравнений математической физики»	40	10		10	20
4						
5						
	<i>Курсовое проектирование</i>	<i>X</i>				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	<i>X</i>				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	<i>X</i>				X
	Итого:	72	16		16	40

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	«Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений».	32	6		6	20
2						
3	«Основы теории классических уравнений математической физики»	40	10		10	20
4						
5						
	<i>Курсовое проектирование</i>	<i>X</i>				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	<i>X</i>				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	<i>X</i>				X

Итого:	72	16		16	40
--------	----	----	--	----	----

5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

5. Содержание (дидактика) дисциплины.

Раздел 1. «Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений».

- 1.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 1.2 Уравнения с разделенными и разделяющими переменными. Линейное ОДУ – 1 и его решение. ОДУ – 1 в полных дифференциалах и его решение.
- 1.3 Линейные однородные уравнения, линейные неоднородные уравнения (метод Бернулли, метод Лагранжа).
- 1.4 Линейные уравнения 2 – го порядка. (ЛОДУ – 2) структура их общего решения .
- 1.5 ЛОДУ – 2 с постоянными коэффициентами и методы их решения. ЛНДУ – 2 с постоянными коэффициентами.
- 1.6 Краевая задача для ЛОДУ – 2. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения, собственные функции. Ряды Фурье по собственным функциям.
- 1.7 Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка (ЛУЧП – 2) с двумя независимыми переменными их простейшие виды. Понятие характеристическое уравнение, характеристики. Классификация (ЛУЧП – 2), канонические формы записи, схема приведения ЛУЧП – 2 к каноническому виду.

Раздел 2. «Основы теории классических уравнений математической физики»

- 2.1 Уравнение Даламбера и его общее решение..
- 2.2 Первая и вторая краевые задачи Дарбу, их решение и корректность.
- 2.3 Смешанная краевая задача (СКЗ) для однородного уравнения Даламбера, единственность его решения.
- 2.4 Уравнения Фурье.
- 2.5 Решение СКЗ для уравнения Фурье методом Фурье.
- 2.6 Уравнения Лапласа.
- 2.7 Основные свойства гармонической функции.
- 2.8 Принцип экстремума гармонической функции.
- 2.9 Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье.
Представления решения задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Вид самостоятельной работы обучающихся
1	Последовательности точек в n -мерном пространстве.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
2	Свойства функций, непрерывных на замкнутых множествах.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
3	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	Подготовка сообщений к практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях.
4	Условный экстремум. Метод Лагранжа.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
5	Неявные функции, определяемые системой уравнений.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
6	Восстановление функции по её полному дифференциалу.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
7	Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки Рабе, Куммера, Бертрона.	Выполнение лабораторных, контрольных работ.
8	О перестановке членов в числовых рядах.	Решение практических и ситуационных задач.
9	Умножение абсолютно сходящихся рядов.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
10	Некоторые косвенные формы разложения функций в степенные ряды.	Выполнение лабораторных, контрольных работ.
11	Вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов.	Решение практических и ситуационных задач.
12	Сходимость в среднем. Неравенство Бесселя и равенство Парсевала.	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Средства текущего контроля успеваемости	Перечень компетенций
1	Функции многих переменных	Найти области определения функций: $z = \frac{2x + y}{x - y};$ а) $z = \arcsin \frac{x}{x + y}.$ б)	УК-1, ПК-1

2	Предел функции двух переменных.	<p>Вычислить двойные и повторные пределы функций в указанных точках, если они существуют:</p> $z = \frac{xy}{1 - \sqrt{xy + 1}} \text{ в точке } (0; 0);$ $z = \frac{xy}{x^2 + y^2} \text{ в точке } (\infty; \infty).$	УК-1, ПК-1
3	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	<p>1) Найти полные дифференциалы первого и второго порядков функции $z = \operatorname{tg}(x^2 - y)$.</p> <p>2) Вычислить приближенное значение выражения $\sqrt{4,05^2 + 3,07^2}$.</p> <p>3) Найти производную первого порядка неявной функции $y(x)$, заданной уравнением $y^x - x^y = 2$.</p> <p>4) Найти производную функции $z = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $A(3; 4)$ в направлении точки $B(1; 3)$.</p> <p>5) Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 4x + 2y - x^2 - y^2$.</p>	УК-1, ПК-1
4	Интегральное исчисление функций многих переменных.	<p>1) Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sin(x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями $x=0, y=x, 0 = \frac{\pi}{2}$.</p> <p>2) Вычислить в полярных координатах двойной интеграл $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$, где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = 1$.</p> <p>3) Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}, x=4, y=0$.</p> <p>4) Вычислить тройной интеграл $\iiint_T (xy + z) dx dy dz$, где область T ограничена поверхностями $x=0, x=1, y=0, y=2, z=0, z=3$.</p>	УК-1, ПК-1

		<p>5) Вычислить криволинейный интеграл по координатам: $\int_L ydx + 2xdy,$ L – дуга параболы $y=x^3$ от точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 8)$.</p> <p>6) Показать, что интеграл $\oint_C (3x^2y + 2y^3)dx + (x^3 + 6xy^2)dy$ по любому замкнутому контуру C, содержащемуся в односвязной области D, равен нулю.</p>	
5	Числовые ряды.	<p>1) Исходя из определения, исследовать сходимость ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+2)}.$</p> <p>2) По необходимому признаку исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n.$</p> <p>3) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 - 3}$ по первому признаку сравнения.</p> <p>4) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{n^6 + 1}$ по второму признаку сравнения.</p> <p>5) Исследовать сходимость рядов, используя признаки сходимости Даламбера или Коши:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(n+1)};$</p> <p>б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^n.$</p> <p>6) Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2};$</p> <p>б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n(2^n + 3)}.$</p>	УК-1, ПК-1,

6	Функциональные последовательности и ряды.	<p>1) Найти область сходимости и предельную функцию функциональной последовательности</p> $f_n(x) = \frac{nx}{nx^2 + 1}.$ <p>2) Найти области сходимости функциональных рядов:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n \cos x}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{3x + 5^n}$.</p> <p>3) Доказать, что ряды сходятся равномерно в указанных промежутках:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$, $(-\infty, +\infty)$;</p> <p>б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}$, $[-1, 1]$.</p>	ПК-1,
7	Степенные ряды.	<p>1) Найти области сходимости степенных рядов: а)</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!};$ <p>б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.</p> <p>2) Разложить функции в степенные ряды по степеням x, используя известные разложения элементарных функций. Найти радиус сходимости полученного ряда:</p> <p>а) $f(x) = x^2 e^{-2x}$;</p> <p>б) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x - 6}$.</p> <p>3) Разложить в ряд Фурье функцию</p> $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0, \\ \frac{x^2}{\pi}, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$	ПК-1,

7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

1. Семестр – 4; форма аттестации – зачет.
2. Семестр- 5; форма аттестации—экзамен.

Варианты контрольных работ

Тема: « Дифференциальные уравнения n – го порядка»

Контрольная работа № 1

1. Найдите общее решение ОДУ – 1 :

I. $y' = \frac{x-2}{x^3}$;

II. $y' = xe^{-x^2}$;

I. $yy' = 2y - x$;

II. $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$;

I. $y' + xy = 4x$;

II. $y' + xy = \sin x$;

2. Найдите общее решение ОДУ – 2:

I. $y'' + 4y' + 13y = \sin x$;

II. $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$;

3. Найдите решение задачи Коши :

I. $(1-x)y' - y = 0, \quad y(0) = 1$;

II. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, \quad y(-1) = 1$;

I. $y'' - 9y' = 2 - x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$; II. $y'' + 4y = 2\cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4$.

Тема: «уравнение математической физики».

Контрольная работа № 2

Структура и содержание дисциплины «Уравнения математической физики» таковы, что проверить знания и усвоение материала с помощью тестирования с указанием вариантов ответа невозможно, хотя бы потому, что студент имеет возможность проверить правильный ответ непосредственной подстановкой в исходные данные задачи.

Поэтому предлагается тестовые домашние контрольные работы, требующие решения задач и примеров, используя при этом теоретический материал и демонстрируя ее понимание и усвоение.

Тест №1

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} = 0$.

2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, x) = x^2$; $(U_x - U_y)|_{y=x} = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = \cos x$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Найти экстремум гармонической функции $U(x, y) = xy$ в круге $x^2 + y^2 \leq 1$, исходя из принципа экстремума.

Тест №2

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 4U_{xy} + 5U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xx} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, 0) = 3x^2$; $U_y(x, 0) = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = x$, используя известную формулу решения задачи Коши.
4. Сформулировать задачу Дирихле для прямоугольной области $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ и найти ее решение методом Фурье.

Тест №3

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, x) = 0$; $(U_x - U_y)|_{y=x} = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = \sin x$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Выписать уравнения Лапласа $U_{xx} + U_{yy} = 0$ в полярной системе координат и найти его фундаментальное решение.

Тест №4

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, -x) = 0$;
 $(U_x + U_y)|_{y=-x} = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = x^2$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Дать определение гармонической функции и привести примеры для одномерного, двумерного, трехмерного уравнения Лапласа.

Тест №5

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} + 5U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, 0) = 0$;
 $U_y(x, 0) = 3x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = 3x + 1$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Сформулировать задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа $U_{xx} + U_{yy} = 0$ в круге $x^2 + y^2 = 1$ и проверить условие разрешимости задачи Неймана для конкретной функции.

Тест №6

1. Привести к каноническому виду уравнение $2U_{xx} + 3U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, 0) = x$;
 $U_y(x, 0) = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = 2x^2 + 1$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.

4. Показать, что функция $U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ гармоническая всюду в плоскости, за исключением начало координат.

Тест №7

1. Привести к каноническому виду уравнение $2U_{xx} - 5U_{xy} + 3U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x, -x) = x^2$; $(U_x + U_y)|_{y=-x} = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x, 0) = 4x + 5$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Показать, что функция $U(x, y, z) = \frac{1}{r}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$ везде где $r \neq 0$.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Программа минимума примеров и задач для практических занятий курса.

1. Найти решение ОДУ – 1: 1) $xy' + y = x^3$, 2) $x(1 + y) + yy'(1 + x) = 0$, 3) $y'tg = y$, 4) $(1 + x^2)dy - xydx = 0$, 5) $y' \sin x = y \ln y$, 6) $(1 + e^x)yy' = e^x$, 7) $y' + x^2 y = x^2$, 8) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2 y)dy = 0$, 9) $y' + y \cos x = \sin x \cos x$, 10) $ye^{2x} dx + (1 + e^{2x})dy = 0$, 11) $y' + 3y = e^{2x}$.
2. Выписать любое линейное алгебраическое уравнение, составить линейное ОДУ – 1, для которого выбранное алгебраическое уравнение является характеристическим и найти его решение с помощью решения алгебраического уравнения.
Например: $5k + 6 = 0$, $5y' + 6y = 0$, $y = ce^{-\frac{6}{5}x}$.
3. Выписать любые три однородные уравнения из п.1 в дифференциальной форме и проверить являются ли они уравнениями в полных дифференциалах.

Например: 1) $xy' + y = x^3$; **2)** $x dy + y dx = x^3 dx$; **3)** $x dy + (y - x^3) dx = 0$;

$$M(x, y) = y - x^3; N(x, y) = x; \frac{\partial M}{\partial y} = 1; \frac{\partial N}{\partial x} = 1.$$

4. Выписать любые три дифференцируемые функции двух независимых переменных, приравнять их первые дифференциалы нулю, найти решение полученных ОДУ – 1, как уравнений в полных дифференциалах.

Например: $U = x \sin(x^2 - y)$, $U_x = \sin(x^2 - y) + x 2x \cos(x^2 - y)$; $U_y = x \cos(x^2 - y)$.

$$[\sin(x^2 - y) + x 2x \cos(x^2 - y)] dx + x \cos(x^2 - y) dy = 0. \text{ Решение: } x \sin(x^2 - y) = const.$$

Далее проверить по формуле $U(x, y) = \int_{x_0}^x M(t, y) dt + \int_{y_0}^y N(x_0, t) dt$

5. Выписать любые три квадратных уравнения, один из которых имеет два различных действительных корня, другой – два комплексных корня, третье – один кратный корень. По этим уравнениям составить ОДУ – 2 с постоянными коэффициентами, для которых они являются характеристическими и найти их общее решение.

Например: 1) $k^2 + 5k + 6 = 0 \leftrightarrow y'' + 5y' + 6y = 0$;

2) $k^2 + k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + y' + y = 0$; **3)** $k^2 + 2k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + 2y' + y = 0$.

Решение: 1) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$; **2)** $y = e^{-\frac{1}{2}x} \left(C_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right)$;

3) $y = (C_1 x + C_2) e^{-x}$.

6. Для составленных по п.5 ОДУ – 2 рассмотреть неоднородные случаи, когда правые части уравнения $f(x)$ заданные конкретные функции, например $y'' + 5y' + 6y = x^2$. Найти решение этих нелинейных уравнений методом Лагранжа.

7. Составить ЛУЧП – 2, для которых выбранные в п.5 квадратные уравнения являются характеристическими. Найти характеристики этих уравнений и путем замены переменных привести их каноническим видам записи.

8. Найти решения задачи Коши, Дарбу, Гурса соответственно с начально – краевыми условиями $U(x, 0) = f(x)$, $U_y(x, 0) = f(x)$; $U(x, 0) = f(x)$, $U_y(x, -x) = f(x)$;

$U(x, x) = f(x)$, $U_y(x, -x) = f(x)$. Рассмотреть случаи

$$f(x) = x; \quad f(x) = x^2; \quad f(x) = \sin x; \quad f(x) = \cos x; \quad f(x) = e^x - 1; \quad f(x) = \operatorname{tg} x;$$

$f(x) = \ln x$. Осуществить проверку правильности полученного решения в случае корректности постановки и поправить краевые условия так, чтобы были соблюдены условия согласования, в случае некорректности постановки.

9. Найти решение задачи Коши для уравнения Фурье по заданному начальному условию $U(x, 0) = f(x)$, для случаев $f(x) = x$; $f(x) = x^2$; $f(x) = \sin x$; $f(x) = \cos x$.

10. Выписать в виде суммы ряда решение СКЗ для уравнения Даламбера с нулевыми краевыми условиями и начальными условиями

$$U(x, 0) = \tau(x), \quad U_y(x, 0) = \nu(x), \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ когда } \tau(x) = x; \quad \nu(x) = x; \quad \tau(x) = \sin x;$$

$$\nu(x) = \cos x.$$

11. Непосредственным вычислением показать, что функция гармонична (негармонична) при $U(x, y) = xy$, $U(x, y) = x^2 + y^2$, $U(x, y) = x^2 - y^2$, $U(x, y) = chx + chy$.

12. Проверить гармоничность функций

$$U(x, y) = \cos x \sin y; \quad U(x, y) = \cos x \cos y; \quad U(x, y) = chxshy; \quad U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

13. Проверить свойства гармонических функций $\int_{\Gamma} \frac{\partial U}{\partial n} ds = 0$;

$$U(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi R} \int_{\Gamma_K} U(x, y) ds, \quad \Gamma_K: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \text{ и принцип}$$

экстремума в круге $x^2 + y^2 = 1$ для функций $U(x, y) = xy$; $U(x, y) = x^2 - y^2$.

14. С помощью ряда Фурье или интеграла Пуассона найти гармоническую в круге $x^2 + y^2 \leq 1$ функцию на границе $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$, удовлетворяющую условию Дирихле $U|_{\Gamma} = \sin 2\varphi$;

$$U|_{\Gamma} = \cos 2\varphi.$$

15. Построить функцию Грина для полуплоскости и выписать с ее помощью решение задачи Дирихле с краевым условием $U(x, y) = x^2$.

7.3 Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции	Уровни освоения компетенций			
	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно» ¹
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1,	Свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами	Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий.

		<p>выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.</p>		
УК -1.1	<p>Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики; системой основных математических структур..</p>	<p>Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.</p>	<p>Знает классические теоремы математического анализа, аксиоматические методы построения теорий действительных чисел; методологические основы математических дисциплин, но допускает ошибки.</p>	<p>Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий</p>

ПК-1.1.	Знает глубоко и прочно учебный материал. Владеет различными навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает основной материал, но допускает неточности. При выполнении практических заданий допускает ошибки	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий
ПК -1.2	Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.	Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения	Знает основной материал, универсальный характер законов логики математических рассуждений, но не понимает технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем.	Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий

		<p>практических задач, но не умеет анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.</p>		
--	--	---	--	--

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Перечень основной учебной литературы

1. 1. Васильева А.Б, Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие 3-е изд-е изд-во «Лань», 2010-432с.
2. Запорожец Г.И. 3.33 Руководство к решению задач по математическому анализу: Учебное пособие 7-е изд. Изд-во «Лань», 2010.-464с.
3. Павленко, А. Н. Уравнения математической физики: учебное пособие / А. Н. Павленко, О. А. Пихтилькова. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 100 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/30134.html>
4. Пичугин, Б. Ю. Уравнения математической физики: курс лекций / Б. Ю. Пичугин, А. Н. Пичугина. — Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016. — 180 с. — ISBN 978-5-7779-1976-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/59669.html>
5. Костецкая, Г. С. Уравнения математической физики эллиптического и параболического типов: учебное пособие / Г. С. Костецкая, Т. Н. Радченко. — Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. — 116 с. — ISBN 978-5-9275-2477-8. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87943.html>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. Уравнение математической физики. М.: Наука, 1976г..
2. Бицадзе А.В., Калинин Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г.
3. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. М.: Наука, 1972г.
5. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнение математической физики. М.: Наука, 1969г.
6. Арсенин В.В. Методы математической физики. М.: Наука 1974г.
1. Тиханов А.Н., Васильева А.Б., Свешникова А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980г..
2. Школьник, Дифференциальные уравнения. – М.: Высшая школа, 1963г.
3. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Просвещение, 1988г.
4. Очан Ю.С. Методы математической физики. М.: Высшая школа, 1967г.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля) Электронные ресурсы:

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
- 5) Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff

6) Www.mathedu.ru

7) www.libgen.info

8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимо использование следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование .

Методические рекомендации по изучению дисциплины

Операционные системы Windows 7, 10.

MS Office 2007/2010.

Архиваторы: WinRar, WinZip

Антивирусные средства: Kaspersky

Программы для работы с изображением: AcrobatReader

Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mozilla Firefox

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены

1. проектором,
2. ноутбуком
3. интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

После изучения теоретического материала студент должен:

Знать основные аксиомы и теоремы математического **Знать:**

- основные типы уравнений математической физики;
- вывод основных уравнений математической физики;
- уравнение колебание струны;
- уравнение колебание стержня;
- уравнение колебание мембраны;
- способы задания начальных и краевых условий;
- уравнение распространение тепла в стержне;
- постановка задачи Дирихле.

Уметь:

- выводить основные уравнения математической физики;

- решать уравнения математической физики известными методами; решать краевые задачи для уравнений в частных производных методом разделения переменных и методы построения функции Грина;
- строить замкнутые решения линейных уравнений в частных производных для областей канонической формы.

Владеть:

- навыками решения практических задач с помощью уравнений математической физики.

Для успешного освоения учебного материала курса «Уравнение математической физики» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач, предлагаемых в лабораторных работах, выполнение домашних заданий, аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущего контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- итоговой контроль (Зачет или экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- экзамен или зачет

11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование

при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электронном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с

целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

«Уравнение математической физики»

1. Цель освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Уравнение математической физики» являются:

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов математического анализа;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать методы математического анализа для решения теоретических и прикладных задач естественнонаучных дисциплин..

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнение математической физики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы: _____.

3. Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) УК-1, ПК-1

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	– владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.
ПК-1	– способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.

В результате изучения дисциплины «Уравнение математической физики» студенты должны:

Знать:

- основные типы уравнений математической физики;
- вывод основных уравнений математической физики;
- уравнение колебание струны;
- уравнение колебание стержня;
- уравнение колебание мембраны;
- способы задания начальных и краевых условий;
- уравнение распространение тепла в стержне;
- постановка задачи Дирихле.

Уметь:

- выводить основные уравнения математической физики;
- решать уравнения математической физики известными методами; решать краевые задачи для уравнений в частных производных методом разделения переменных и методы построения функции Грина;
- строить замкнутые решения линейных уравнений в частных производных для областей канонической формы.

Владеть:

- навыками решения практических задач с помощью уравнений математической физики.

4. Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы (72 часа).

5. Семестр: 7

6. Основные разделы дисциплины (модуля):

1. Понятие функции многих переменных.
2. Предел функции двух переменных.

3. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.
4. Интегральное исчисление функции многих переменных.
5. Числовые ряды.
6. Функциональные последовательности и ряды.
7. Степенные ряды.
8. Ряды Фурье.

7. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации: зачет.

8. Автор:

Гаджимурадов М.А.