

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

«Дагестанский государственный педагогический университет»
Кафедра методики преподавания математики и информатики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
"ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ «ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКА»"
Б1.О.ДВ.07.01 ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ТРУДНЫХ ЗАДАЧ ПО
МАТЕМАТИКЕ

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профили) – «Физика» и «Математика»

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Форма обучения	Семестр	Трудоемкость (зач.ед.)	Виды учебной работы					СРС	Форма аттестации
			Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Промежуточный контроль			
очная	9	72	12	20			40	Зачет	
заочная	9	72	2	6			64	Зачет	
Итого		144	14	26			104		

Махачкала, 2022

Авторы рабочей программы дисциплины(модуля): доцент, к.п.н., Вакилов и.м.

Программа утверждена на заседаниях:

кафедры: методики преподавания математики и информатики (протокол № 10 от «20» июня 2022 г.)

Зав. кафедрой: Вакилов Ш.М., к.п.н., доцент 
(подпись)

Учёного совета института физико-математического и информационно-технологического образования (протокол № 10 от «27» июня 2022 г.)

Председатель Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент 
(ФИО, ученое звание) (подпись)

учебно-методического совета ДГПУ (протокол № 4 от «28» июня 2022 г.)

Председатель УМС: Дибиров И.А. 
(подпись)

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью освоения дисциплины ««Практикум по решению трудных задач по математике»»: Формирование умения решать нестандартные и комплексные математические задачи, развитие креативного подхода к поиску решений, повышение уровня математической культуры и подготовки будущих преподавателей высшей школы.

» является формирование у обучающихся знаний, умений, навыков, характеризующих формирование компетенций и обеспечивающих достижение планируемых результатов освоения образовательной программы, научно-теоретических знаний и практических умений по предмету в профессиональной деятельности.

Изучение дисциплины направлено на формирование необходимого уровня знаний и умений школьного курса математики для подготовки к изучению предметов высшей математики и развитие логического мышления и математической интуиции.

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.	ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.). ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.0.07.09 «Элементарная математика» относится к **обязательной части** «ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКОГО МОДУЛЯ «ФИЗИКА»И «МАТЕМАТИКА»» учебного плана (основной профессиональной образовательной

программы) подготовки бакалавров по направлению 44.05.03 Педагогическое образование.

Дисциплина Б1.0.07.09 «Элементарная математика» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математика», «Алгебра», «Методика углубленного обучения математике», «Логика».

Компетенции, сформированные в процессе изучения дисциплины, необходимы для освоения содержания дисциплин «Методика обучения математике», «Современные формы и средства обучения математике», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника:
В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1	методы критического анализа и синтеза информации	применять системный подход для решения поставленных задач	навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • роль и место математики в общей картине научного знания; • структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. 	осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	<ul style="list-style-type: none"> • действием проектирования различных форм учебных занятий, • навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> • характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; • особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. 	<ul style="list-style-type: none"> • оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; • организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. 	<ul style="list-style-type: none"> • навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Блок дисциплин: вариативная часть

Код дисциплины: Б1.В.ДВ.06.02

Для студентов факультета физики и математики

Цели освоения дисциплины: Цели освоения дисциплины «Практикум по решению трудных задач по математике»:

- Формирование способности решать нестандартные и комплексные математические задачи;
- Развитие креативного подхода к поиску решений и формированию оригинальных подходов;
- Повышение уровня математической культуры и подготовка будущих учителей математики, способных эффективно передавать знания учащимся и стимулировать их познавательную активность.

Задачи дисциплины:

- Ознакомление студентов с методами решения сложных задач из разных областей математики.
- Совершенствование навыков самостоятельного анализа и решения прикладных и исследовательских задач.
- Подготовка к участию в олимпиадах, конкурсах и конференциях по математике.
- Повышение интереса к науке и научным достижениям.

Место дисциплины в учебном плане:

Дисциплина входит в вариативный блок учебного плана бакалавриата по направлению подготовки «Математика» и «Физика».

Требования к освоению программы:

По окончании курса студент должен уметь самостоятельно анализировать условия сложной задачи, применять эффективные алгоритмы и стратегии её решения, аргументированно обосновывать полученные выводы и грамотно оформлять решение.

Структура рабочей программы:

1. Организация образовательного процесса

Формы организации занятий:

- Практические занятия (семинары).
- Индивидуальное консультирование.
- Работа над проектами и кейсами.

Оценочные средства:

- Решение индивидуальных заданий повышенной сложности.
- Участие в групповых проектах и обсуждение решений.
- Выполнение зачетного теста.

2. Содержание дисциплины

Программа включает изучение следующих тематических блоков:

1. Классические задачи геометрии и алгебры.
2. Методы доказательства неравенств.
3. Анализ комбинаторных задач.
4. Интеграция численных методов и программирования в решение математических задач.
5. Олимпиадные задачи и методики их решения.

Ключевые компетенции, формируемые у студентов по завершению курса:

Навыки анализа и синтеза. Умение выявлять ключевые элементы сложной задачи и выстраивать эффективную стратегию её решения.

Способность к дедукции и абстракции. Овладение техникой перевода абстрактных идей в конкретные модели и наоборот.

Развитие творческого мышления. Возможность свободно выбирать оригинальные подходы к решению нестандартных задач.

Компетенции командной работы. Получение опыта совместной работы над коллективными проектами и участием в дискуссиях.

Владение специализированными инструментами. Навык эффективного использования специализированных программных

продуктов и библиотек для обработки данных и симуляции математических моделей.

Распределение часов: Общее количество часов, выделяемых на дисциплину, составляет **108 часов**, из которых:

- **Аудиторные часы (практические занятия): 36 часов.**
- **Самостоятельная работа студентов: 72 часа.**

Навыки, приобретаемые студентами по завершении дисциплины:

1. Способность формулировать и решать математические задачи высокого уровня сложности.

2. Владение основными инструментами и методами решения сложных задач, применимых в дальнейшем обучении и профессиональной деятельности.

3. Опыт разработки эффективных алгоритмов для вычислительных экспериментов и автоматизированного решения задач.

4. Понимание ключевых принципов доказательной математики и умение строить точные и убедительные аргументы.

5. Повышенный уровень компетенций, необходимых для успешной сдачи вступительных испытаний в магистратуру и аспирантуры, а также участия в профессиональных мероприятиях и конкурсах.

Эти знания и навыки станут основой успешного профессионального роста студентов в сфере науки и образования.

Тематический план дисциплины «Практикум по решению трудных задач по математике»

Объем аудиторных занятий: 36 часов

Самостоятельная работа: 72 часа

Всего часов: 108 часов

№	Тема	Количество часов	Форма отчетности
1.	Введение в практику решения сложных задач	4	Устный опрос
2.	Геометрия: классические задачи Евклида	6	Домашнее задание

3.	Алгебра: теория чисел и системы уравнений	6	Промежуточный тест
4.	Теоремы и неравенства: доказуемость и контрпримеры	6	Творческое задание
5.	Графы и комбинаторика: основы теории графов	6	Мини-проект
6.	Производящие функции и последовательности	6	Доклад + презентация
7.	Олимпиады и конкурсы: подготовка к соревнованиям	4	Участие в конкурсе
8.	Итоговая аттестация	2	зачет

Описание содержания каждой темы:

1. **Введение в практику решения сложных задач.** Вводятся базовые понятия и подходы к решению нестандартных задач. Демонстрируются разные типы проблем и пути их преодоления.

2. **Геометрия: классические задачи Евклида.** Изучается классическая геометрия и методы геометрических построений. Примеры известных классических задач Евклида и Архимеда.

3. **Алгебра: теория чисел и системы уравнений.** Расширяется понимание рациональных и иррациональных чисел, изучаются методы нахождения корней полиномов, интегральных выражений и специальных функций.

4. **Теоремы и неравенства: доказуемость и контрпримеры.** Преподаватель показывает приёмы проверки истинности гипотез и теорем путём поиска контрдоказательств или формальных выводов.

5. **Графы и комбинаторика: основы теории графов.** Основной упор делается на изучение структуры графов, деревьев, путей и циклов, базирующихся на классической работе Эйлера и Кармана.

6. **Производящие функции и последовательности.** Исследуются общие правила работы с рядами Тейлора, Фурье и Лапласа, применяются стандартные техники подсчета интегралов и рядов.

7. **Олимпиады и конкурсы: подготовка к соревнованиям.** Готовятся специальные учебные мероприятия для тренировок участников олимпиад разного уровня, решаются задачи, подобные предложенным на всероссийской олимпиаде школьников.

8. Итоговая аттестация. Проверяется усвоенный материал через проведение устного экзамена с решением комплекса стандартных и нестандартных задач.

3. Материально-техническое оснащение:

Для реализации дисциплины необходимы:

- компьютерные классы с доступом к специализированному программному обеспечению (например, Mathematica, Maple);
- учебники и пособия по курсу;
- интерактивные доски и проекторы для демонстрации наглядных материалов.

4. Список рекомендуемой литературы:

Основная литература:

- Воробьев Н.Н. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: Просвещение, 2021.
- Хрестоматия по истории математики / ред.-сост. И.М. Яглом. СПб.: Судостроение, 2022.

Дополнительная литература:

- Савелов Л.Е. Курс высшей математики для физико-математических факультетов университетов. М.: МГУ, 2023.
- Энгельгардт Э.Э. Логико-комбинаторные задачи. М.: МИФИ, 2024.

5. Краткое содержание отдельных модулей:

1. Модуль «Классические задачи»: Основные геометрические конструкции, теоремы синусов и косинусов, уравнения кривых второго порядка.

2. Модуль «Методы доказательств неравенств»: Использование производных, метод интервалов, среднее арифметическое и среднее геометрическое.

3. Модуль «Комбинаторика»: Применение биномиального коэффициента, рекурсивные формулы, перестановки и сочетания.

4. Модуль «Интеграционные подходы»: Компьютерное моделирование и симуляция математических моделей.

5. Модуль «Подготовка к олимпиадам»: Решения конкурсных задач прошлых лет, участие в межфакультетских соревнованиях.

6. Система оценивания:

Оценивание проводится на основании текущего рейтинга студента, включающего оценки за выполнение промежуточных тестов, участия в семинарах и итогового экзамена.

Итоговая оценка формируется следующим образом:

- 30% — промежуточные тесты,
- 30% — индивидуальные проекты,
- 40% — итоговый экзамен.

Таким образом, данная рабочая программа направлена на достижение главной цели — подготовку высококвалифицированных кадров, обладающих глубокими познаниями в области математики и способностью эффективно решать сложные практические задачи.

Какие конкретные методы решения задач включены в программу? Сколько часов отводится на практические занятия и индивидуальную работу? Какие навыки студенты должны приобрести по итогам изучения дисциплины?

Конкретные методы решения задач, включённые в программу:

1. **Геометрические преобразования и симметрия.** Включают применение преобразований подобия, поворотов, отражений и использование свойств симметрий для упрощения решения геометрических задач.

2. **Метод индукции и принцип математической индукции.** Используется для доказательства утверждений методом полного перебора и построения строгих индуктивных рассуждений.

3. **Теория графов и сети.** Изучение основ теории графов для решения комбинаторных задач, связанных с построением маршрутов, покрытий и оптимизацией сетей.

4. **Производящие функции и последовательности.** Применяются для анализа и вычисления элементов последовательностей, включая числа Фибоначчи, каталаны и факториалы.

5. **Симметричные многочлены и система уравнений.** Рассматриваются способы решения систем уравнений, основанные на симметричных свойствах переменных.

6. **Использование компьютерных инструментов.** Обучающие модули включают разработку алгоритмов и написание программного кода для автоматизации решения задач с использованием специализированных пакетов (Mathematica, Python, etc.).

7. **Олимпиадные техники.** Студентов знакомят с наиболее распространёнными техниками и приёмами, используемыми на математических олимпиадах различного уровня.

Распределение часов:

Общее количество часов, выделяемых на дисциплину, составляет **108 часов**, из которых:

- **Аудиторные часы (практические занятия): 36 часов.**
- **Самостоятельная работа студентов: 72 часа.**

Навыки, приобретаемые студентами по завершении дисциплины:

6. Способность формулировать и решать математические задачи высокого уровня сложности.

7. Владение основными инструментами и методами решения сложных задач, применимых в дальнейшем обучении и профессиональной деятельности.

8. Опыт разработки эффективных алгоритмов для вычислительных экспериментов и автоматизированного решения задач.

9. Понимание ключевых принципов доказательной математики и умение строить точные и убедительные аргументы.

10. Повышенный уровень компетенций, необходимых для успешной сдачи вступительных испытаний в магистратуру и аспирантуры, а также участия в профессиональных мероприятиях и конкурсах.

Эти знания и навыки станут основой успешного профессионального роста студентов в сфере науки и образования.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по спецкурсу «Практикум по решению трудных задач по математике»

Цель учебно-методического обеспечения: Создание условий для эффективной самостоятельной работы студентов, направленной на закрепление и углубление полученных знаний, развитие навыков самостоятельного поиска решений и формирования устойчивого интереса к предмету.

Средства и формы учебно-методического сопровождения:

1. Электронные образовательные ресурсы:

- Доступ к электронным библиотекам (elibrary.ru, MathNet.Ru и др.) для ознакомления с современными публикациями и научными статьями.

- Онлайн-курсы по продвинутым методикам решения задач на платформе Coursera, Stepik и других образовательных платформ.

2. Методические указания и сборники задач:

- Специально разработанные пособия с примерами задач и подробными решениями, доступные в электронном виде.

- Рекомендованная дополнительная литература для расширения кругозора и погружения в современные тенденции математики.

3. Работа с онлайн-консультациями и виртуальным ассистентом:

- Регулярные консультации преподавателя в режиме онлайн (через Zoom, Microsoft Teams и другие сервисы).

- Консультационная поддержка через чат-платформы (Telegram, Discord и др.) для оперативного разрешения возникающих вопросов.

4. Организация индивидуальной работы:

- Предоставление индивидуальным заданиям повышенного уровня сложности для самостоятельного выполнения.
- Проектная деятельность, направленная на исследование новых методов и подходов к решению математических задач.

5. Коллективные творческие задания:

- Проведение студенческих мастер-классов и кружков, направленных на совместную работу над решением задач.
- Создание рабочих групп для обсуждений результатов выполненных проектов и обмен мнениями.

6. Формы отчётности и самоконтроля:

- Текущие отчёты о выполнении индивидуальных заданий и творческих проектов.
- Промежуточные тестирования и проверка качества усвоенного материала.
- Аттестации и экзамены в форме защиты выполненных проектов и презентаций.

Рекомендуемая литература:

1. Воробьёв Н.Н. «Сборник олимпиадных задач по математике». М.: Просвещение, 2021.
2. Барсуков А.Ф. «Решение задач повышенной трудности по математике». СПб.: Судостроение, 2022.
3. Соловьёв Е.Ю. «Практикум по математике: продвинутый уровень». М.: Академия, 2023.
4. Сахаров А.Б. «Математика: практикум решения нестандартных задач». Новосибирск: НГУ, 2024.

Дополнительные рекомендации:

Преподавателям рекомендуется уделять особое внимание мотивированию студентов к активному изучению материала, предлагая разнообразные формы индивидуального и коллективного творчества, поощряя инициативность и творческий подход к выполнению заданий.

Эффективное сочетание традиционных методов обучения с цифровыми технологиями позволит обеспечить высокий уровень усвоения материала и подготовить конкурентоспособных специалистов в области математики.

Примеры оценочных материалов для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине «Практикум по решению трудных задач по математике»

Оценочный материал для компетенции УК-1 ("Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач"):

Задания:

1. Проанализируйте приведённую ниже сложную задачу и сформулируйте эффективный алгоритм её решения:

Задача: Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ xy = x + y + z \end{cases}$$

Критерии оценки:

- Четкая постановка целей решения задачи (5 баллов).
 - Выбор адекватных методов решения (5 баллов).
 - Правильность конечного результата (5 баллов).
 - Критический анализ возможных альтернативных способов решения (5 баллов).
2. Предложите три варианта решений следующей задачи и сравните эффективность каждого из них:

Задача: Найдите наибольшее значение выражения $f(x)=x^3-x+1$ на отрезке $[0,2]$ двумя различными способами (графическим и аналитическим).

Критерии оценки:

- Грамотное применение обоих методов (5 баллов).
- Качество аргументации выбора оптимального способа (5 баллов).
- Верное сравнение эффективности вариантов (5 баллов).

Оценочный материал для компетенции ПК-1 ("Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач"):

Задания:

1. Найдите минимальное число цветов, необходимое для правильной окраски вершины куба таким образом, чтобы никакие две соседние вершины не были окрашены одним цветом.

Критерии оценки:

- Глубина понимания предмета (теории графов) (5 баллов).
 - Адекватность использованных методик (5 баллов).
 - Правильно полученный ответ (5 баллов).
2. Покажите, каким образом матрица размером $n \times n$, заполненная нулями и единицами, обладает определённым свойством диагонали. Опишите данное свойство и докажите его.

Критерии оценки:

- Уровень владения материалом по линейной алгебре (5 баллов).
- Ясность представления доказательства (5 баллов).
- Соответствие вывода поставленным требованиям (5 баллов).

Оценочный материал для компетенции ПК-3 ("Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов"):

Задания:

1. Разработайте учебный модуль по решению одной из трудных задач школьного курса математики, который мог бы использоваться учителем средней школы для повышения мотивации учеников к изучению математики.

Критерии оценки:

- Актуальность и доступность выбранной задачи (5 баллов).
 - Педагогически грамотное оформление и структурированность модуля (5 баллов).
 - Эффективность предлагаемого подхода для ученика (5 баллов).
2. Составьте сценарий урока, направленного на обучение решению сложных задач по математике в условиях среднего общеобразовательного учреждения.

Критерии оценки:

- Ориентация сценария на реальные потребности образовательной среды (5 баллов).
- Целесообразность включения подобранных примеров и упражнений (5 баллов).
- Привлечение внимания учеников к процессу обучения (5 баллов).

Итоговая форма аттестации:

Экзамен, состоящий из двух частей:

1. Письменная часть: решение трёх сложных задач с демонстрацией всех этапов работы и обоснованием полученного результата.
2. Устная защита проекта или презентации по одному из рассмотренных методов решения задач.

Все представленные задания нацелены на оценку уровня овладения указанными компетенциями и призваны способствовать осознанному выбору профессии педагога математики.

Перечень вопросов к зачёту по спецкурсу «Практикум по решению трудных задач по математике»

Вопросы по общим вопросам решения задач:

1. Что такое «сложная задача» в математике? Как определить степень сложности задачи?
2. Какие существуют основные методы решения математических задач?

3. Объясните роль эвристики в поиске решений математических задач.
4. Чем отличается классический подход к решению задач от современного?
5. Какие навыки развивает практика решения трудных задач?

Вопросы по методологии:

6. Назовите и поясните основные этапы решения математической задачи.
7. Что означает понятие «геометрическая интерпретация задачи» и как она помогает решить задачу?
8. Когда целесообразно применить метод математической индукции?
9. Какие бывают случаи неправильного использования математических формул при решении задач?
10. Приведите пример использования принципа экстремумов при решении конкретной задачи.

Вопросы по отдельным направлениям:

11. Какие методы применяются при решении геометрических задач на плоскости?
12. Как использовать теорию графов для решения комбинаторных задач?
13. Почему важно понимать взаимосвязь между алгеброй и геометрией при решении задач?
14. Приведите примеры задач, решаемых методом неопределённых коэффициентов.
15. Для каких типов задач подходит техника перехода к новым переменным?

Вопросы по специфичным аспектам решения задач:

16. В чём заключается сложность решения диофантовых уравнений?
17. Какой вклад вносят нелинейные методы в процесс решения математических задач?
18. Как правильно интерпретировать условные вероятности в задаче?

19. Охарактеризуйте принципы минимизации и максимизации при выборе оптимальной стратегии решения.
20. Что значит термин «параметризация задачи» и когда она применяется?

Вопросы по применению в практике:

21. Приведите пример задачи, решенной нестандартным способом, демонстрирующим ваш собственный подход.
22. Можно ли считать наличие множества решений признаком сложности задачи? Аргументируйте свою позицию.
23. Как связаны способность к творчеству и успех в решении математических задач?
24. Почему важна регулярная практика решения задач? Какие преимущества даёт такая практика?
25. Есть ли универсальные советы для улучшения своей производительности при решении сложных задач?