

**Министерство просвещения Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
**«Дагестанский государственный педагогический  
университет»**

Кафедра высшей математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В. 07 ЧАСТЬ, ФОРМИРУЕМАЯ УЧАСТНИКАМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ.**

**Б1.В.07 Теория функций комплексной переменной**

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили) – Математика и Информатика

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)

| Форма обучения | Семестр | Трудоемкость | Виды учебной работы |                |                |                        |     | СРС     | Форма аттестации |
|----------------|---------|--------------|---------------------|----------------|----------------|------------------------|-----|---------|------------------|
|                |         |              | Лекции              | Практ. занятия | Лабор. занятия | Промежуточный контроль |     |         |                  |
| очная          | 10      | 144          | 24                  | 36             |                | 27                     | 57  | экзамен |                  |
| заочная        | 10      | 144          | 6                   | 10             |                | 8                      | 120 | экзамен |                  |

Махачкала, 2022

**Автор рабочей программы дисциплины (модуля):**

Доцент кафедры высшей математики, кандидат физ.-мат.наук

Шихшинатова М.М.

**Программа утверждена на заседаниях:**

кафедры высшей математики (протокол № 10 от «22» июня 2022 г.)

Зав. кафедрой: Гаджимурадов М.А. к.ф.м.н., проф



(подпись)

Учёного совета института физико-математического и информационно-технологического образования (протокол № 10 от «27» июня 2022 г.)

Председатель: Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент



(ФИО, ученое звание)

(подпись)

учебно-методического совета ДГПУ (протокол № 4 от «28» июня 2022 г.)

Председатель УМС: Дибиров И.А.



(подпись)

## 1. Цель освоения дисциплины (модуля)

**Целью** освоения дисциплины «Теория функций комплексной переменной» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

| Код компетенции | Содержание компетенции  | Индикаторы достижения компетенций  |
|-----------------|---|--|
| УК-1            | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач  | УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.<br>УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.<br>УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений. |
| ПК-1            | Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом. | ПК-1.1. Применяет основные алгоритмы ТФКП во всех разделах математического знания.<br>ПК-1.2. Владеет навыками математического моделирования при решении практических задач.   |
| ПК-3            | Способен провести анализ и геометрическую интерпретацию формулировок и теорем и применять при решении задач.  | ПК-3.1. Умеет доказывать изученные теоремы ТФКП, Умеет анализировать пройденный курс.<br>ПК_3.2 Знает и понимает актуальные проблемы, выходящие за рамки учебной информации, умеет применять различные методы и технологии для решения задач ТФКП.   |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В.07 «Теория функций комплексной переменной» относится к части, формируемой участниками образовательного процесса (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

Дисциплина Б1.В.07. «Теория функций комплексной переменной» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Вводный курс математики», «Высшая математика».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математической статистики», «Дифференциальная геометрия», «Курсы по выбору», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1, ПК-1, ПК-3.

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

| Код компетенции  | Знает  | Умеет   | Владеет   |
|--|--|---|---|
| УК-1<br>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | - основные понятия и положения теории функций комплексного переменного. Знает понятие комплексного числа, формы записи комплексных чисел, действия над комплексными числами. | - излагать основные теоретические проблемы в рамках пройденного материала, находить необходимую информацию, репродуцировать имеющуюся информацию. | - навыками математического моделирования при решении практических задач. Навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур. |
| ПК-1.<br>Владеет основными теоретическими знаниями, Способен выявить и провести анализ   | - основные формулы и теоремы предмета. Основные методы доказательств и теоремы теории функций комплексной переменной.  | - использовать основные знания классических разделов математики и алгоритмы ТФКП при решении задач, применять основные теоремы и за-              | - навыками использования законов логики математических рассуждений в других областях человеческой деятельности; современными технологиями обновления и  |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| взаимосвязей формул и теорем теории функций действительного переменного.   |  | дачи теории функций комплексной переменной во всех разделах математического знания.  | применения профессиональных знаний  |
| ПК-3<br>Способен провести анализ и геометрическую интерпретацию формулировок и теорем и применять при решении задач. | -знает и понимает актуальные проблемы дисциплины, выходящие за рамки учебной информации. | -составлять математические модели задач по теории функций действительной переменной, находить способы их решений и интерпретировать профессиональный смысл полученного результата. | -навыками применения различных методов и технологий для решения различных задач. Владеет навыками доказательства утверждений, не аналогичные ранее изученным. |

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа). Дисциплина изучается в 10 семестре.

#### ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

| Вид учебной работы  | Трудоемкость |                     |  |
|---|--------------|---------------------|--|
|   | час.         | В т.ч. по семестрам |  |
|   |              | 10                  |  |
| <b>Общая трудоемкость</b> дисциплины по учебному плану  | 144          | 144                 |  |
| <b>1. Контактная работа:</b>  |              |                     |  |
| лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)  | 24           | 24                  |  |
| практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)  | 36           | 36                  |  |
| лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)   |              |                     |  |
| курсовое проектирование   |              |                     |  |
| групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем |              |                     |  |
| <b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>  | 57           | 57                  |  |
| в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)   | 27           | 27                  |  |
| Вид промежуточного контроля:  |              | Экзамен             |  |

#### ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

| Вид учебной работы   | Трудоемкость |                     |  |
|--|--------------|---------------------|--|
|  | час.         | В т.ч. по семестрам |  |
|  |              | 10                  |  |
| <b>Общая трудоемкость</b> дисциплины по учебному плану       | 144          | 144                 |  |
| <b>1. Контактная работа:</b>                                 |              |                     |  |
| лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку) | 6            | 6                   |  |

| Вид учебной работы  | Трудоёмкость |                     |  |
|---|--------------|---------------------|--|
|   | час.         | В т.ч. по семестрам |  |
|   |              | 10                  |  |
| практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)  | 10           | 10                  |  |
| лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)   |              |                     |  |
| курсовое проектирование   |              |                     |  |
| групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем |              |                     |  |
| <b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>  | 101          | 101                 |  |
| в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)   | 27           | 27                  |  |
| Вид промежуточного контроля:  |              | Экзамен             |  |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) очная форма обучения

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)                                       | Общая трудоёмкость в акад. часах | Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах) |                   |                 |    |
|-------|---|----------------------------------|---|-------------------|-----------------|----|
|       |   |                                  | Лек/<br>пр.подг.                                      | Лаб /<br>пр.подг. | Пр/<br>пр.подг. | СР |
| 1     | Поле С комплексных чисел.   | 10                               | 2   |                   | 4               | 4  |
| 2     | Основные элементарные функций комплексной переменной.                                 | 8                                | 2   |                   | 2               | 4  |
| 3     | Предел непрерывность функции комплексной переменной                                   | 10                               | 2   |                   | 4               | 4  |
| 4     | Производная и дифференциал функции комплексной переменной                             | 12                               | 2   |                   | 4               | 6  |
| 5     | Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. | 10                               | 2   |                   | 2               | 6  |
| 6     | Комплексное интегрирование.   | 16                               | 4   |                   | 4               | 8  |
| 7     | Степенные ряды, радиус и круг сходимости.   | 15                               | 4   |                   | 4               | 7  |
| 8     | Теорема и ряд Тейлора.  | 12                               | 2   |                   | 4               | 6  |
| 9     | Изолированные особые точки  | 12                               | 2   |                   | 4               | 6  |
| 10    | Вычет аналитической функции   | 12                               | 2   |                   | 4               | 6  |
|       | <i>Курсовое проектирование</i>  | X                                |   |                   |                 | -  |
|       | <i>Консультация к экзамену</i>  | X                                |   |                   |                 | -  |
|       | <i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>   | 27                               |   |                   |                 | X  |
|       | <b>Итого:</b>   | 144                              | 24  |                   | 36              | 57 |

## заочная форма обучения

| № | Наименование темы (раздела) | Общая тру- | Трудоёмкость по видам учебных занятий |
|---|-----------------------------|------------|---------------------------------------|
|---|-----------------------------|------------|---------------------------------------|

| п/п | дисциплины (модуля)  | доёмкость в<br>акад. часах | (в акад. часах)  |                   |                 |     |
|-----|--|----------------------------|------------------|-------------------|-----------------|-----|
|     |  |                            | Лек/<br>пр.подг. | Лаб /<br>пр.подг. | Пр/<br>пр.подг. | СР  |
| 1   | Комплексные числа и операции над ними                      | 16                         |                  | 2                 |                 | 14  |
| 2   | Основные элементарные функций комплексной переменной.      | 12                         | 2                |                   |                 | 10  |
| 3   | Производная и дифференциал функции комплексной переменной. | 20                         | 2                | 2                 |                 | 16  |
| 4   | Комплексное интегрирование.                                | 20                         | 2                | 2                 |                 | 16  |
| 5   | Теорема и ряд Тейлора.                                     | 15                         |                  | 2                 |                 | 13  |
| 6   | Изолированные особые точки                                 | 18                         |                  | 2                 |                 | 16  |
| 7   | Вычет аналитической функции                                | 16                         |                  |                   |                 | 16  |
|     |  |                            |                  |                   |                 |     |
|     | <i>Курсовое проектирование</i>                             | X                          |                  |                   |                 | -   |
|     | <i>Консультация к экзамену</i>                             | X                          |                  |                   |                 | -   |
|     | <i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>                      | 27                         |                  |                   |                 | X   |
|     | Итого:   | 144                        |                  |                   |                 | 101 |

### 5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

#### **Тема 1. Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел.**

Действия над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра (возведение и извлечение корня). Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.

#### **Тема 2. Элементарные функций комплексной переменной.**

Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ . Однолистные и обратные функции. Основные элементарные функций комплексной переменной.

#### **Тема 3. Предел непрерывность функций комплексной переменной.**

Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.

#### **Тема 4. Последовательности и ряды комплексных чисел.**

Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Равномерная сходимость. Достаточный признак равномерной сходимости.

#### **Тема 5. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.**

Формула Коши – Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.

#### **Тема 6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.**

Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Аналитичность в точке и в области. Многогенность и аналитичность функции комплексного переменного. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.

**Тема 7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.**

Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.

**Тема 8. Комплексное интегрирование.**

Теорема Коши и ее следствия. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.

**Тема 8. Теорема и ряд Тейлора.**

Единственность аналитической функции, понятие аналитическое продолжение функции.

**Тема 9. Особые точки.**

Изолированные особые точки (ИОТ). Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара. Целая и мероморфная функция.

**Тема 10. Вычет функции.**

Вычет функции и основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

| № п/п | Наименование раздела дисциплины                            | Вид самостоятельной работы обучающихся  |
|-------|--|---|
| 1     | Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел.                       | Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.   |
| 2     | Основные элементарные функций комплексной переменной.      | Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).                        |
| 3     | Предел непрерывность функции комплексной переменной.       | Подготовка сообщений к практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях.                        |
| 4     | Производная и дифференциал функции комплексной переменной. | Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации. |
| 5     | Комплексное интегрирование.                                | Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.   |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 6 | Степенные ряды, радиус и круг сходимости. | Выполнение лабораторных, контрольных работ.   |
| 7 | Теорема и ряд Тейлора.                    | Решение практических и ситуационных задач.  |
| 8 | Изолированные особые точки.               | Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации. |
| 9 | Вычет аналитической функции.              | Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.   |

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)     | Средства текущего контроля успеваемости   | Перечень компетенций |
|-------|---|---|----------------------|
| 1     | Комплексные числа и операции над ними               | Представить в разных формах записи и изобразить на комплексной плоскости:<br>$z = \frac{1+i}{1-i};$ 1)<br>$z = \sqrt[3]{i};$ 2)<br>$z = (1-i\sqrt{3})^3;$ 3)<br>$z = (1+2i)(2+i).$ 4) | УК-1, ПК-1           |
| 2     | Функция комплексной переменной.                     | Найти действительную и мнимую части следующих функций:<br>1) $W = z^2 + 2i;$<br>$W = \frac{z+i}{z-i};$ 2)<br>$W = \bar{z}^2 +  z ^2;$ 3)<br>$W = z^2 \operatorname{Re} z.$ 4)         | ПК-1, ПК-3           |
| 3     | Предел непрерывность функции комплексной переменной | Существуют ли пределы в точке $z = 0$ следующих функций?<br>$f(z) = \frac{\bar{z}}{z};$ 1)<br>$f(z) = \frac{ z }{z};$ 2)  | УК-1, ПК-1           |

|    |  |   |            |
|----|--|---|------------|
|    |  | $3) f(z) = \frac{\operatorname{Re} z}{z};$ $4) f(z) = \frac{\operatorname{Im} z}{z}.$   |            |
| 4  | Производная и дифференциал функции комплексного переменного. | <p>Определить множество точек комплексной плоскости, в которых функция <math>f(z)</math> дифференцируема, вычислить производную <math>f'(z)</math> и выяснить аналитичность <math>f(z)</math> на этом множестве:</p> $1) f(z) = z^2 + i z ^2;$ $2) f(z) = \operatorname{tgy} - i \operatorname{tg} x;$ $3) f(z) =  z  \operatorname{Im} z;$ $4) f(z) = \cos z + 2i$                                   | ПК-1. ПК-3 |
| 5  | Последовательности и ряды комплексных чисел.                 | <p>Найти радиус и круг сходимости ряда:</p> $1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n;$  | ПК-1, ПК-3 |
| 6  | Комплексное интегрирование.                                  | <p>Вычислить интеграл функции <math>f(z)</math> по контуру <math>\ell</math>.</p> $1) \int_{\ell} \operatorname{Re} z dz, \quad \ell = \left\{ Z : \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z - 2, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2 \right\}$ $2) \int_{\ell} z^2 dz, \quad \ell = \left\{ Z : \operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2, \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1 \right\}$ | ПК-3       |
| 7  | Степенные ряды, радиус и круг сходимости.                    | <p>Найти радиус и круг сходимости ряда:</p> $1) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n; \quad 2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2+1} z^n.$   | ПК-1, ПК-3 |
| 9  | Изолированные особые точки. Вычет аналитической функции.     | <p>Найти вычеты функции <math>f(z)</math> в ее особых точках:</p> $1) f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4} z}, \quad 2) f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}},$   | ПК-3       |
| 10 | Интеграл Коши.   | <p>С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл:</p> $1) \int_{ z =1} \frac{shz}{z-2} dz; \quad 2) \int_{ z =2} \frac{chz}{z-i} dz;$  | ПК-3       |

## 7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

## 1. Семестр – 10; форма аттестации – экзамен.

### 2. Вопросы к экзамену

#### Контрольная работа № 1

I. Представить в разных формах записи и изобразить на комплексной плоскости:

$$1) z = \frac{1+i}{1-i}; \quad 2) z = \sqrt[3]{i}; \quad 3) z = (1-i\sqrt{3})^3; \quad 4) z = (1+2i)(2+i).$$

II. Найти множество точек на плоскости комплексной переменной  $z$ , удовлетворяющих условию:

$$1) \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1; \quad 2) 1 \leq |z+2+i| \leq 2; \quad 3) \operatorname{Im} z^{-2} < 1; \quad 4) \operatorname{Re} z^2 = 1.$$

III. Найти действительную и мнимую части следующих функций:

$$1) W = z^2 + 2i; \quad 2) W = \frac{z+i}{z-i}; \quad 3) W = \bar{z}^2 + |z|^2; \quad 4) W = z^2 \operatorname{Re} z.$$

IV. Существуют ли пределы в точке  $z=0$  следующих функций?

$$1) f(z) = \frac{\bar{z}}{z}; \quad 2) f(z) = \frac{|z|}{z}; \quad 3) f(z) = \frac{\operatorname{Re} z}{z}; \quad 4) f(z) = \frac{\operatorname{Im} z}{z}.$$

V. Исследовать на непрерывность следующие функции:

$$1) f(z) = |z|^2 z; \quad 2) f(z) = \operatorname{Re} z + iz; \quad 3) f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}; \quad 4) f(z) = \bar{z}^2.$$

VI. Найти радиус и круг сходимости ряда:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{z}{in} \right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n; \quad 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2+1} z^n.$$

#### Контрольная работа № 2

I. Найти:

$$1) e^i; \quad 2) \left| \cos i \frac{\pi}{2} \right|; \quad 3) \ln(-1); \quad 4) i^i.$$

II. Определить множество точек комплексной плоскости, в которых функция  $f(z)$  дифференцируема, вычислить производную  $f'(z)$  и выяснить аналитичность  $f(z)$  на этом множестве:

$$1) f(z) = z^2 + i|z|^2; \quad 2) f(z) = \operatorname{tgy} - i \operatorname{tgx}; \quad 3) f(z) = |z| \operatorname{Im} z; \quad 4) f(z) = \cos z + 2i$$

III. Выяснить, во что преобразуется множество  $D$  плоскости  $Z$  при отображении, осуществляемой функцией  $W = U + iV$ . Изобразить  $D$  на плоскости  $Z$  и ее образ  $Q$  на плоскости  $W$ . Найти коэффициент искажения масштаба и угол поворота при этом отображении.

IV.

- 1)  $D = \{Z: |x| < 2, |y| < 2\}$   $W = iZ + 3$ ;
- 2)  $D = \{Z: x^2 + y^2 < 1, x > 0\}$   $W = 4Z + 3i$ ;
- 3)  $D = \left\{Z: 0 < y < \frac{\pi}{4}, x < 0\right\}$ ,  $W = 3Z + i$ ;
- 4)  $D = \{Z: x > 0, y > 0\}$   $W = iZ + 2$ .

### Контрольная работа № 3

I. Вычислить интеграл функции  $f(z)$  по контуру  $\ell$ .

1)  $\int_{\ell} \operatorname{Re} z dz$ ,  $\ell = \{Z: \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z - 2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\}$ ;

2)  $\int_{\ell} z^2 dz$ ,  $\ell = \{Z: \operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1\}$ ;

3)  $\int_{\ell} z \operatorname{Im} z^2 dz$ ,  $\ell = \{Z: |z| = 1, -\pi \leq \arg z \leq 0\}$ ;

4)  $\int_{\ell} \cos z dz$ ,  $\ell$  - отрезок прямой, соединяющий точки  $z_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $z_2 = \pi + i$ .

II. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл:

1)  $\int_{|z|=1} \frac{shz}{z-2} dz$ ; 2)  $\int_{|z|=2} \frac{chz}{z-i} dz$ ; 3)  $\int_{|z-2|=1} \frac{e^{iz}}{z(2-z)^3} dz$ ; 4)  $\int_{|z-1|=2} \frac{dz}{z^2 - 6z + 4}$ ;

III. Найти вычеты функции  $f(z)$  в ее особых точках:

1)  $f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}$ , 2)  $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}$ , 3)  $f(z) = \frac{z^2}{(z-1)^2}$ , 4)  $f(z) = tgz$ .

V. Вычислить интегралы:

1)  $\int_{|z|=16} \frac{z+1}{z^2 - 2z - 3} dz$ ; 2)  $\int_{|z|=1} \frac{1 - \cos z}{z^2} dz$ ; 3)  $\int_{|z|=2} tgz dz$ ; 4)  $\int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz$ .

### Экзаменационные вопросы по курсу

#### «Элементы теории функций комплексного переменного»

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Действия над комплексными числами.

2. Модуль и аргумент комплексного числа.

3. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра.
4. Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.
5. Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ .
6. Однолистные и обратные функции.
7. Основные элементарные функций комплексной переменной.
8. Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.
9. Последовательности и ряды комплексных чисел.
10. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.
11. Равномерная сходимость. Достаточный признак равномерной сходимости.
12. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.
13. Формула Коши – Адамара.
14. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
15. Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области.
16. Аналитичность функции комплексного переменного.
17. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.
18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.
19. Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения.
20. Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия.
21. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
22. Интегральная формула Коши.
23. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
24. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры.
25. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.
26. Теорема и ряд Тейлора. Единственность аналитической функции.
27. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ).
28. Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ.

29. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара.  
 30. Целая и мероморфная функция.  
 31. Вычет функции и основные теоремы о вычетах.  
 32. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

### 7.3. Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице

| Код компетенции, индикаторы достижения компетенции | Уровни освоения компетенций   |   |  |  |
|--|---|---|--|--|
|  | Продвинутый   | Базовый   | Пороговый  | Не освоены компетенции   |
|  | «отлично»   | «хорошо»  | «удовлетворительно»  | «неудовлетворительно» <sup>1</sup>   |
|  | «зачтено»   |   |  | «не зачтено»   |
| УК-1,  | Свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение.       | Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций. | Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.  | Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий. |
| ПК -1.   | Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики; системой основных математических структур.. | Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач; анализи-  | Знает классические теоремы математического анализа, аксиоматические методы построения теорий действительных чисел; методологические основы математических дисциплин, | Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий  |

|                              |   |   |   |   |
|------------------------------|---|---|---|---|
|                              |   | ровать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.   | но допускает ошибки.  |   |
| Компетенция ПК-3.<br>ПК-3.1. | Знает глубоко и прочно учебный материал.<br>Владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций. | Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций. | Знает основной материал, но допускает неточности. При выполнении практических заданий допускает ошибки  | Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий |
| ПК -3.<br>ПК-3.2.            | Владеет навыками поиска решения теоретических и прикладных задач на основе базовых идей и методов математики, системой основных математических структур.                          | Умеет использовать основные методы математических рассуждений в теоретических исследованиях и для решения практических задач, но не умеет анализировать и творчески применять математические методы в научных исследованиях.  | Знает основной материал, универсальный характер законов логики математических рассуждений, но не понимает технологии построения математических рассуждений в процессе анализа математических понятий, поиска и доказательства теорем. | Не знает учебный материал. Не умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий |

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 8.1. Перечень основной учебной литературы

1. Шабунин М.И. Ш12 Сборник задач по теории функций комплексного переменного /М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И.Карлов.-2-2 изд.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.-362с.
2. И.М.Петрушенко.К93 Курс высшей математики. Теория функции комплексной переменной. Лекции и практикум. Учебное пособие/Под общ.ред. И.,М.Петрушко.-СПб. «Лань», 2010.- 368с.
3. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, Лаборатория Базовых Знаний, 2016. — 301 с. — ISBN 978-5-93208-209-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/88998.html>
4. Бернштейн, Т. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Т. В. Бернштейн, Д. А. Прокудин. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 64 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/78153.html>
5. Соколенко, Е. В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление : учебное пособие / Е. В. Соколенко. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 199 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/83226.html>
6. Теория функций комплексного переменного / М.И.Шабунин, Ю.В. Сидоров.-М.:ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2006.-248с.
7. Шабунин М.И. Ш12 Сборник задач по теории функций комплексного переменного /М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И.Карлов.-2-2 изд.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.-362с.
8. И.М.Петрушенко.К93 Курс высшей математики. Теория функции комплексной переменной. Лекции и практикум. Учебное пособие/Под общ.ред. И.,М.Петрушко.-СПб. «Лань», 2010.- 368с.
9. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Санкт – Петербург, издательство «Профессия», 2003г.

## **8.2. Перечень дополнительной учебной литературы**

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного, М., «Наука», 1969г.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, М., «Наука», 1984г.

3. Зайнулабидов М.М. Теория аналитических функций. Мет. Пособие, Махачкала, 1988.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций, М., «Наука», 1978г.
5. Давыдов Н.А., Коровкин П.Н., Никольский В.А. Сборник задач по математическому анализу, М., Просвещение, 1973г.
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функция комплексного переменного и др., М., «Наука», 1971г.
7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Санкт – Петербург, издательство «Профессия», 2003г.

### **8.3. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
- 5) Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)
- 6) Www.mathedu.ru
- 7) www.libgen.info

### **8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимо использование следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся.
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.
4. Операционные системы Windows 7, 10.
5. MS Office 2007/2010.
6. Архиваторы: WinRar, WinZip
7. Антивирусные средства: Kaspersky
8. Программы для работы с изображением: AcrobatReader
9. Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mozilla FireFox

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

Для проведения лекционных и практических занятий имеются

1. Аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем.

Для отдельных занятий аудитории оснащены

1. Проектором,
2. Ноутбуком,
3. Интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

*После изучения теоретического материала «Теория функций комплексного переменного»*

студенты должны:

**Знать:** основные понятия комплексного анализа, основы теории аналитических функций.

**Уметь:** проводить исследования связанные с понятиями и утверждениями дисциплины.

**Владеть:** основными положениями классических разделов ТФКП.

Для успешного освоения учебного материала курса «**Теория функций комплексного переменного**»

» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

*Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.*

*Текущий контроль:*

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

*Промежуточный контроль:*

- Контрольная работа по курсу

*Итоговый контроль:*

- экзамен

## **11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электронном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

### *«Теория функций комплексной переменной»*

#### **1. Цель освоения дисциплины (модуля):**

Целью освоения дисциплины «Теория функций комплексной переменной» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

#### **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Теория функций комплексной переменной» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавра по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

#### **3. Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):**

| Код компетенции | Наименование компетенции   |
|-----------------|--|
| УК-1            | – владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.   |
| ПК-1            | – способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике. |
| ПК-3            | Способен провести анализ и геометрическую интерпретацию формулировок и теорем и применять их при решении различных задач. Способен самостоятельно доказывать утверждения и решать задачи, не аналогичные ранее изученным.  |

**4. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часов).**

**5. Семестр: 10**

**6. Основные разделы дисциплины (модуля):**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел.
2. Основные элементарные функций комплексной переменной.
3. Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.
4. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.
5. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.
6. Производная и дифференциал функции комплексного переменного,
7. Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия.
8. Интегральная формула Коши.
9. Теорема и ряд Тейлора.
10. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ).
11. Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ.
12. Вычет функции и основные теоремы о вычетах.

**7. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации: экзамен.**

**8. Автор:**

Шихшинатова М.М.