

**Министерство просвещения Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дагестанский государственный педагогический  
университет»

Кафедра высшей математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б.1.В.02. ЧАСТЬ, ФОРМИРУЕМАЯ УЧАСТНИКАМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ.**

**Б1.В.02 Дифференциальные уравнения**

**Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

**Направленность (профили) – Математика и Информатика**

**Квалификация выпускника: Бакалавр**

**Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)**

Форма обучения	Семестр	Трудо-емкость	Виды учебной работы					СРС	Форма аттестации
			Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Промежуточный контроль			
очная	7	108	12	36			60	зачет	
заочная	7	108	4	10			94		

Махачкала, 2022

**Автор рабочей программы дисциплины (модуля):**

Доцент кафедры высшей математики, кандидат физ.-мат.наук  
Шихшинатова М.М.

**Программа утверждена на заседаниях:**

кафедры высшей математики (протокол № 10 от «22» июня 2022 г.)

Зав. кафедрой: Гаджимурадов М.А. к.ф.м.н., проф



(подпись)

Учёного совета института физико-математического и информационно-технологического образования (протокол № 10 от «27» июня 2022 г.)

Председатель: Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент



(ФИО, ученое звание)

(подпись)

учебно-методического совета ДГПУ (протокол № 4 от «28» июня 2022 г.)

Председатель УМС: Дибиров И.А.



(подпись)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Избранные главы математического анализа» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

#### Задачи дисциплины:

- формулировка основных дифференциальных уравнений, методы их решения, их классификация и постановка основных краевых задач;
- изложение различных методов решений дифференциальных уравнений, использование интегральных преобразований.

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способен конструировать содержание образования в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС основного и среднего общего образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся	ПК-1.1. Применяет основные алгоритмы дисциплины во всех разделах математического знания. ПК-1.2. Владеет навыками математического моделирования при решении практических задач.
ПК-3	5 Осуществляет коммуникацию в цифровой среде для достижения профессиональных целей и эффективного взаимодействия.	ПК-3.1. Умеет доказывать изученные теоремы дисциплины, Умеет анализировать пройденный курс. ПК 3.2 Знает и понимает актуальные проблемы, выходящие за рамки учебной информации, умеет применять различные методы и технологии для ре-

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина **Б1.В.02** «Дифференциальные уравнения» относится к **части, формируемой участниками образовательных отношений** учебного плана (основной профессиональной образовательной программы) подготовки бакалавра по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

Дисциплина **Б1.В.02** «Дифференциальные уравнения» базируется на компетенциях, знаниях и умениях, сформированных в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Теория функций комплексной переменной».

Компетенции сформированные в процессе изучения дисциплины необходимы для освоения содержания дисциплин «Теория функций действительного переменного», «Уравнения математической физики», «Векторный анализ», выполнения заданий (учебной, производственной практик, научно-исследовательской работы и выпускной квалификационной работы).

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника: УК-1. ПК-1, ПК-3

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

Код компетенции	Знает	Умеет	Владеет
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	-основные понятия и виды простейших дифференциальных уравнений и методы их решения.	-решать простейшие дифференциальные уравнения, применять основные методы для решения дифференциальных уравнений.	-навыками математического моделирования при решении практических задач.
ПК-1. Способен конструировать содержание образования в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС основного и среднего общего образования, с уровнем развития современной науки и	- основные формулы, методы доказательства и теоремы дифференциальных уравнений	- использовать основные знания классических разделов математики и алгоритмы дифференциальных уравнений.	- навыками аналитического решения дифференциальных уравнений

с учетом возрастных особенностей обучающихся			
ПК-3 Осуществляет коммуникацию в цифровой среде для достижения профессиональных целей и эффективного взаимодействия.	-аналитические решения дифференциальных уравнений разных типов, доказательство всех методов решения и теорем.	-применять системы компьютерной математики, позволяющие решать дифференциальные уравнения аналитическими, графическими и численными методами.	-навыками грамотно пользоваться языком предметной области, строго доказывать утверждения, главными смысловыми аспектами в доказательствах.

#### 4.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы (108 часов). Дисциплина изучается в 7 семестре.

#### ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№7	
<b>Общая трудоёмкость</b> дисциплины по учебному плану	108	<b>108</b>	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	12	12	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	36	36	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>	60	60	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачёт	

#### ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№7	
<b>Общая трудоёмкость</b> дисциплины по учебному плану	108	108	
<b>1. Контактная работа:</b>			
лекции (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	4	4	
практические занятия, семинары и пр. (общее кол-во часов, включая практическую подготовку)	10	10	
лабораторные занятия (общее кол-во часов / включая практическую подготовку)			

Вид учебной работы	Трудоёмкость		
	час.	В т.ч. по семестрам	
		№7	
курсовое проектирование			
групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем			
<b>2. Объем самостоятельной работы обучающихся (СРС)</b>	94	94	
в том числе часов, выделенных на подготовку к экзамену (зачету)			
Вид промежуточного контроля:		зачёт	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/ пр.подг.	Лаб / пр.подг.	Пр/ пр.подг.	СР
1	Определение обыкновенного дифференциального уравнения $n$ – го порядка (первого порядка)	10	2		2	6
2	Решение дифференциального уравнения.	8			2	6
3	Геометрическая интерпретация решения ДУ, понятие интегральной кривой.	8			2	6
4	Уравнения с разделенными и с разделяющимися переменными и методика их решения.	16	2		6	8
5	Однородные дифференциальные уравнения.	16	2		6	8
6	Задача Коши.	14	2		4	8
7	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.	16	2		6	8
8	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	20	2		8	10
	<i>Курсовое проектирование</i>	X				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	X				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	X				X
	<b>Итого:</b>	108	12		36	60

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Общая трудоёмкость в акад. часах	Трудоёмкость по видам учебных занятий (в акад. часах)			
			Лек/	Лаб /	Пр/	СР

			пр.подг.	пр.подг.	пр.подг.	
1	Определение обыкновенного дифференциального уравнения $n$ – го порядка (первого порядка)	18			2	16
2	Уравнения с разделенными переменными.	18			2	16
3	Неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.	24	2		2	20
4	Уравнения с разделенными переменными и методика их решения.	22			2	20
5	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	26	2		2	22
	<i>Курсовое проектирование</i>	<i>X</i>				-
	<i>Консультация к экзамену</i>	<i>X</i>				-
	<i>Подготовка к экзамену (зачету)</i>	<i>X</i>				X
	Итого:	108	4		10	94

## 5.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)

### Тема 1. Дифференциальные уравнения $n$ - го порядка.

Определение однородного дифференциального уравнения первого порядка, Определение однородного дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка.

### Тема2. Решение дифференциального уравнения.

Решение дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка. (Первого порядка). Постановка задачи Коши о существовании единственного решения.

Примеры.

### Тема3. Геометрическая интерпретация решения ДУ.

Геометрическое истолкование решения дифференциального уравнения. Множество решений, совокупность кривых. Понятие интегральной кривой.

### Тема 4. Уравнения с разделенными переменными.

Решение уравнений с разделенными переменными. Уравнения, приводящие к уравнениям с разделенными переменными. Уравнения Бернулли. Методы решения уравнений с разделенными переменными

### Тема 5. Однородные дифференциальные уравнения.

Линейные однородные дифференциальные уравнения, Линейные неоднородные дифференциальные уравнения, Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Методы их решения ЛДОУ.

### Тема 6. Задача Коши.

Теорема существования и единственности классического решения. Понятие частное, общее, особое решения. Примеры решения задачи Коши.

### **Тема 7. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.**

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Корни характеристического уравнения. Случай действительных корней. Случай комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.

### **Тема 8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.**

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Частное решение. Общее решение неоднородного уравнения. Методы решения неоднородных уравнений в зависимости от функции в правой части.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела дисциплины</b>	<b>Вид самостоятельной работы обучающихся</b>
1	Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	Конспектирование учебной, научной и периодической литературы.
2	Линейные дифференциальные уравнения в частных производных.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).
3	Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения допускающие понижения порядка.	Подготовка сообщений к практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях.
4	Нелинейные дифференциальные уравнения и методы их решений.	Поиск научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации.
5	Основные модели математической физики.	Решение практических и ситуационных задач.
6	Метод разделения переменных в задаче Дирихле.	Проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы).

## **7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **7.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)</b>	<b>Средства текущего контроля успеваемости</b>	<b>Перечень компетенций</b>
--------------	--	--	-----------------------------

1	Дифференциальные уравнения $n$ - го порядка.	Найдите общее решение ОДУ- 1: I. $y' + xy = 4x$ ; II. $y' + xy = \sin x$ ;	УК-1,ПК-1
2	Решение дифференциального уравнения.	Найти решение однородного дифференциального уравнения $xy' + y = x^3$ ,	УК-1, ПК-1
3	Геометрическая интерпретация решения ДУ.	Показать, что при всех значениях произвольной постоянной $C$ функция $y = c\sqrt{x}$ является решением дифференциального уравнения $2xy' - y = 0$ . Построить интегральную кривую, проходящую через точку $A(4,2)$ .	УК-1,ПК-1
4	Уравнения с разделенными переменными.	Решить ДУ I-ого порядка с разделенными переменными: $x^2 dx - \ln y dy = 0$	ПК-1
5	Однородные дифференциальные уравнения.	Решить однородное дифференциальное уравнение первого порядка $y' - x^{-1}y = 0$ .	ПК-1
6	Задача Коши.	Найдите решение задачи Коши : I. $(1-x)y' - y = 0, \quad y(0) = 1$ ; II. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, \quad y(-1) = 1$ ;	ПК-1, ПК-3
7	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.	Решить линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка 1. $y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 2. $y'' + 3y' - 5y = 0$ ;	ПК-1, ПК-3
8	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка 1. $y'' - 3y' + 2y = 3x^2 - 2x + 1$ ; 2. $y'' + y' - 2y = (x^2 + 1)e^x$ ;	ПК-1, ПК-3

## 7.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

1. Семестр – 7; форма аттестации – зачет.

2. Примерный перечень вопросов к зачету

**Примерные варианты контрольных работ**

**Тема: « Дифференциальные уравнения  $n$  – го порядка»**

## Контрольная работа № 1

1. Найдите общее решение ОДУ – 1 :

I.  $y' = \frac{x-2}{x^3}$  ;

II.  $y' = xe^{-x^2}$  ;

I.  $yy' = 2y - x$  ;

II.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$  ;

I.  $y' + xy = 4x$  ;

II.  $y' + xy = \sin x$  ;

2. Найдите общее решение ОДУ – 2:

I.  $y'' + 4y' + 13y = \sin x$  ;

II.  $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$  ;

3. Найдите решение задачи Коши :

I.  $(1-x)y' - y = 0, \quad y(0) = 1$  ;

II.  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, \quad y(-1) = 1$  ;

I.  $y'' - 9y' = 2 - x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$  ;

II.  $y'' + 4y = 2\cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4$  .

## Контрольная работа № 2

Вариант №1.

1. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} = 0$  .

2. Найти решение уравнения  $U_{xy} = 0$  , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, x) = x^2$  ;  $(U_x - U_y)|_{y=x} = 0$  .

3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$  ,  $U(x, 0) = \cos x$  , исходя из формулы решения задачи в общем случае.

4. Найти экстремум гармонической функции  $U(x, y) = xy$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 1$  , исходя из принципа экстремума.

Вариант №2.

Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} + 4U_{xy} + 5U_{yy} = 0$  .

1. Найти решение уравнения  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, 0) = 3x^2$  ;  $U_y(x, 0) = 0$  .

2. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$  ,  $U(x, 0) = x$  , используя известную формулу решения задачи Коши.

3. Сформулировать задачу Дирихле для прямоугольной области  $a \leq x \leq b$  ,  $c \leq y \leq d$  и найти ее решение методом Фурье.

### Вариант №3

1. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} = 0$ .
2. Найти решение уравнения  $U_{xy} = 0$ , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, x) = 0$ ;  $(U_x - U_y)|_{y=x} = x^2$ .
3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$ ,  $U(x, 0) = \sin x$ , исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Выписать уравнения Лапласа  $U_{xx} + U_{yy} = 0$  в полярной системе координат и найти его фундаментальное решение.

### Вариант №4

1. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} + 2U_{xy} + U_{yy} = 0$ .
2. Найти решение уравнения  $U_{xy} = 0$ , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, -x) = 0$ ;  $(U_x + U_y)|_{y=-x} = x^2$ .
3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$ ,  $U(x, 0) = x^2$ , исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Дать определение гармонической функции и привести примеры для одномерного, двумерного, трехмерного уравнения Лапласа.

### Вариант №5

1. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} + 2U_{xy} + 5U_{yy} = 0$ .
2. Найти решение уравнения  $U_{xy} - U_{yy} = 0$ , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, 0) = 0$ ;  $U_y(x, 0) = 3x^2$ .
3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$ ,  $U(x, 0) = 3x + 1$ , исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Сформулировать задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа  $U_{xx} + U_{yy} = 0$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$  и проверить условие разрешимости задачи Неймана для конкретной функции.

### Вариант №6

1. Привести к каноническому виду уравнение  $2U_{xx} + 3U_{xy} + U_{yy} = 0$ .
2. Найти решение уравнения  $U_{xy} - U_{yy} = 0$ , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, 0) = x$ ;  $U_y(x, 0) = x^2$ .
3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$ ,  $U(x, 0) = 2x^2 + 1$ , исходя из формулы решения задачи в общем случае.

4. Показать, что функция  $U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$  гармоническая всюду в плоскости, за исключением начало координат.

Вариант №7

1. Привести к каноническому виду уравнение  $2U_{xx} - 5U_{xy} + 3U_{yy} = 0$ .
2. Найти решение уравнения  $U_{xy} = 0$ , удовлетворяющее условиям Коши  $U(x, -x) = x^2$ ;  $(U_x + U_y)|_{y=-x} = 0$ .
3. Решить задачу Коши:  $U_t - U_{xx} = 0$ ,  $U(x, 0) = 4x + 5$ , исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Показать, что функция  $U(x, y, z) = \frac{1}{r}$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  удовлетворяет уравнению Лапласа  $U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$  везде где  $r \neq 0$ .

**Программа минимума примеров и задач для практических занятий курса.**

1. Найти решение ОДУ – 1: 1)  $xy' + y = x^3$ , 2)  $x(1+y) + yy'(1+x) = 0$ , 3)  $y'tg = y$ , 4)  $(1+x^2)dy - xydx = 0$ , 5)  $y' \sin x = y \ln y$ , 6)  $(1+e^x)yy' = e^x$ , 7)  $y' + x^2y = x^2$ , 8)  $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$ , 9)  $y' + y \cos x = \sin x \cos x$ , 10)  $ye^{2x}dx + (1+e^{2x})dy = 0$ , 11)  $y' + 3y = e^{2x}$ .
2. Выписать любое линейное алгебраическое уравнение, составить линейное ОДУ – 1, для которого выбранное алгебраическое уравнение является характеристическим и найти его решение с помощью решения алгебраического уравнения.

Например:  $5k + 6 = 0$ ,  $5y' + 6y = 0$ ,  $y = ce^{-\frac{6}{5}x}$ .

3. Выписать любые три однородные уравнения из п.1 в дифференциальной форме и проверить являются ли они уравнениями в полных дифференциалах.

Например: 1)  $xy' + y = x^3$ ; 2)  $x dy + y dx = x^3 dx$ ; 3)  $x dy + (y - x^3) dx = 0$ ;

$$M(x, y) = y - x^3; N(x, y) = x; \frac{\partial M}{\partial y} = 1; \frac{\partial N}{\partial x} = 1.$$

4. Выписать любые три дифференцируемые функции двух независимых переменных, приравнять их первые дифференциалы нулю, найти решение полученных ОДУ – 1, как уравнений в полных дифференциалах.

Например:  $U = x \sin(x^2 - y)$ ,  $U_x = \sin(x^2 - y) + x2x \cos(x^2 - y)$ ,  $U_y = x \cos(x^2 - y)$ .  
 $[\sin(x^2 - y) + x2x \cos(x^2 - y)]dx + x \cos(x^2 - y)dy = 0$ . Решение:  $x \sin(x^2 - y) = const$ .

$$U(x, y) = \int_{x_0}^x M(t, y) dt + \int_{y_0}^y N(x_0, t) dt$$

Далее проверить по формуле

5. Выписать любые три квадратных уравнения, один из которых имеет два различных действительных корня, другой – два комплексных корня, третье – один кратный корень. По этим уравнениям составить ОДУ – 2 с постоянными коэффициентами, для которых они являются характеристическими и найти их общее решение.

Например: 1)  $k^2 + 5k + 6 = 0 \leftrightarrow y'' + 5y' + 6y = 0$ ;

2)  $k^2 + k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + y' + y = 0$ ; 3)  $k^2 + 2k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + 2y' + y = 0$ .

Решение: 1)  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$ ; 2)  $y = e^{-\frac{1}{2}x} \left( C_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + C_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right)$ ;

3)  $y = (C_1 x + C_2) e^{-x}$ .

6. Для составленных по п.5 ОДУ – 2 рассмотреть неоднородные случаи, когда правые части уравнения  $f(x)$  заданные конкретные функции, например  $y'' + 5y' + 6y = x^2$ . Найти решение этих нелинейных уравнений методом Лагранжа.

7. Составить ЛУЧП – 2, для которых выбранные в п.5 квадратные уравнения являются характеристическими. Найти характеристики этих уравнений и путем замены переменных привести их каноническим видам записи.

8. Найти решения задачи Коши, Дарбу, Гурса соответственно с начальными – краевыми условиями  $U(x, 0) = f(x)$ ,  $U_y(x, 0) = f(x)$  ;  
 $U(x, 0) = f(x)$ ,  $U_y(x, -x) = f(x)$ ;  $U(x, x) = f(x)$ ,  $U_y(x, -x) = f(x)$ . Рассмотреть случаи  $f(x) = x$ ;  $f(x) = x^2$ ;  $f(x) = \sin x$ ;  $f(x) = \cos x$ ;  $f(x) = e^x - 1$ ;  
 $f(x) = \operatorname{tg} x$ ;  $f(x) = \ln x$ . Осуществить проверку правильности полученного решения в случае корректности постановки и поправить краевые условия так, чтобы были соблюдены условия согласования, в случае некорректности постановки.

9. Найти решение задачи Коши для уравнения Фурье по заданному начальному условию  $U(x, 0) = f(x)$ , для случаев  $f(x) = x$ ;  $f(x) = x^2$ ;  $f(x) = \sin x$ ;  $f(x) = \cos x$ .

10. Выписать в виде суммы ряда решение СКЗ для уравнения Даламбера с нулевыми краевыми условиями и начальными условиями

$U(x, 0) = \tau(x)$ ,  $U_y(x, 0) = \nu(x)$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  когда  $\tau(x) = x$ ;  $\nu(x) = x$ ;  $\tau(x) = \sin x$ ,  
 $\nu(x) = \cos x$ .

11. Непосредственным вычислением показать, что функция гармонична (негармонична) при

$$U(x, y) = xy, \quad U(x, y) = x^2 + y^2, \quad U(x, y) = x^2 - y^2, \quad U(x, y) = chx + chy.$$

12. Проверить гармоничность функций

$$U(x, y) = \cos x \sin y; \quad U(x, y) = \cos x \cos y; \quad U(x, y) = chxshy; \quad U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad U(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad U(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

13. Проверить свойства гармонических функций  $\int_{\Gamma} \frac{\partial U}{\partial n} ds = 0$ ;

$$U(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi R} \int_{\Gamma_K} U(x, y) ds, \quad \Gamma_K: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \text{ и принцип}$$

экстремума в круге  $x^2 + y^2 = 1$  для функций

$$U(x, y) = xy; \quad U(x, y) = x^2 - y^2.$$

14. С помощью ряда Фурье или интеграла Пуассона найти гармоническую в круге  $x^2 + y^2 \leq 1$  функцию на границе  $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ , удовлетворяющую условию Дирихле  $U|_{\Gamma} = \sin 2\varphi$ ;  $U|_{\Gamma} = \cos 2\varphi$ .

15. Построить функцию Грина для полуплоскости и выписать с ее помощью решение задачи Дирихле с краевым условием  $U(x, y) = x^2$ .

## Вопросы на зачет

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка (ОДУ –  $n$ ) и его классического решения; (ОДУ – 1), геометрическое истолкование его решения, понятие интегральная кривая.

2. Уравнения с разделенными и с разделяющимися переменными и методика их решения.

3. Линейное ОДУ – 1 (ЛОДУ – 1) и методы их решения.

4. ОДУ в полных дифференциалах и методы их решения.

5. Задача Коши, теорема существования и единственности классического решения (без доказательства) для ОДУ – 1 и ОДУ – 2. Понятие частное, общее, особое решения.

6. ЛОДУ – 2 с постоянными коэффициентами и методы их решения.

7. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения и собственные функции.

8. Определение уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными (УЧП – 2) и его классического решения. Линейные УЧП – 2 (ЛУЧП – 2) их классификация. Характеристическое уравнение, характеристики. Канонические формы и схема приведения общего ЛУЧП – 2 к каноническому виду.
9. Классические уравнения математической физики ( уравнения Даламбера, Пуассона – Лапласа, Фурье). Корректность постановки начально – краевых задач для этих уравнений.
10. Уравнение Даламбера и его общее решение. Задача Коши для уравнения Даламбера, ее решение и корректность постановки.
11. Характеристический треугольник. Задача Дарбу, их решение и корректность постановки.
12. Характеристический четырехугольник. Задача Гурса , ее решение и корректность постановки.
13. Смешанная краевая задача (СКЗ) для уравнения Даламбера, единственность, ее решения; для случаев:
  - а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
  - б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
  - в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
14. Задача Коши, для уравнения Фурье, единственность ее решения.
15. СКЗ для уравнения Фурье, единственность ее решения. (принцип экстремума и его следствия).
16. Решение СКЗ для уравнения Фурье, методом разделения переменных для
  - а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
  - б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
  - в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
17. Решение задачи Коши, для уравнения Фурье, с помощью фундаментального решения.
18. Единственность решения задачи Коши, для уравнения Фурье.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в плоском и пространственном случаях.
20. Оператор Лапласа и формулы Грина для него.
21. Определение гармонической функции и ее интегральное представление.
22. Постановка задач Дирихле, Неймана, Пуанкаре для уравнения Лапласа. Внутренние и внешние задачи.

### 7.3. Перечень компетенций и индикаторов их достижения, описание критериев оценивания компетенций представляются в таблице

Код компетенции, индикаторы достижения компетенции.	Уровни освоения компетенций			
	Продвинутый	Базовый	Пороговый	Не освоены компетенции
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно» <sup>1</sup>
	«зачтено»			«не зачтено»
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разнообразными навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает основной материал, но допускает неточности. При решении примеров, задач допускает ошибки	Не знает материал. Не умеет решать практические задачи. Не отвечает на поставленные вопросы.
<b>ПК-1.</b> Способен конструировать содержание образования в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС основного и среднего общего образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разнообразными навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает основной материал, но допускает неточности. При выполнении практических заданий допускает ошибки	Не знает материал, не умеет решать задачи, не отвечает на вопросы. Не справляется с выполнением тестовых заданий.
<b>ПК-3</b> Осуществляет коммуникацию в цифровой среде для достижения профессиональных целей и эффективного взаимодействия.	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических	Знает основной материал, не может решать сложные задачи. При выполнении практических заданий допускает ошибки	Не знает материал, не умеет решать задачи, не отвечает на вопросы. Не справляется с выполнением тестовых заданий.

	вает принятое решение. Умеет применять программы для нахождения приближенного решения дифференциальных уравнений.	заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами.		
--	---	--	--	--

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 8.1. Перечень основной учебной литературы

1. Васильева А.Б, Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие 3-е изд-е изд-во «Лань», 2010-432с.
2. Запорожец Г.И. 3.33 Руководство к решению задач по математическому анализу: Учебное пособие 7-е изд. Изд-во «Лань», 2010.-464с.
3. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Б64 Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: Учебное пособие. 2-е изд. СПб.: Издательство «Лань», 2010.-464с.
4. Ельцов, А. А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. А. Ельцов, Т. А. Ельцова. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2013. — 104 с. — ISBN 978-5-4332-0128-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/72089.html>
5. Болодурина, И. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах и приложениях : методические указания / И. П. Болодурина, С. Т. Дусакаева, А. Н. Благовисная. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 59 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/51604.html>
6. Коновалова, Л. В. Дифференциальные уравнения и их приложения в технике : учебное пособие / Л. В. Коновалова. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 57 с. — ISBN 978-5-9227-0573-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/49956.html>

7. Бурмистрова Е.Б. Б912 Математический анализ и дифференциальные уравнения: учебник для студ высш.учеб.завыедений/Е.Б.Бурмистрова, С.Г.Лобанов. –М.:Издательский центр «Академия», 2012-368с.
8. Матросов В.Л., Р.М. Асланов, М.В. Топунов-М.: Гуманитар, изд центр ВЛАДОС, 2011-376с. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными.
9. Бибиков Ю.Н. Б.59 Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебное пособие. 2-е изд., Изд-«Лань»,2011.-304с.
- 10.Битнер Г.Г. Б.66 Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие /Г.Г.Битнер.-Ростов н/Д:Феникс, 2012.-205с.

## **8.2. Перечень дополнительной учебной литературы**

1. Бицадзе А.В. Уравнение математической физики. М.: Наука,1976г..
2. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г.
3. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. М.: Наука,1972г.
5. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнение математической физики. М.: Наука,1969г.
6. Арсенин В.В. Методы математической физики. М.: Наука 1974г.
7. Тиханов А.Н., Васильева А.Б., Свешникова А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980г..
8. Школьник, Дифференциальные уравнения. – М.:Высшая школа,1963г.
9. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Просвещение,1988г.
- 10.Очан Ю.С.Методы математической физики. М.: Высшаяшкола,1967г.

## **8.3. Перечень Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalisis/mathanalisis30/mathanalisis.htm>
- 5) Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)
- 6) Www.mathedu.ru

7) [www.libgen.info](http://www.libgen.info)

#### **8.4. Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.
4. Операционные системы Windows 7, 10.
5. MS Office 2007/2010.
6. Архиваторы: WinRar, WinZip
7. Антивирусные средства: Kaspersky
8. Программы для работы с изображением: AcrobatReader
9. Программы для работы с Internet и электронной почтой: Opera, Microsoft Internet Explorer, Google chrome, Mozilla Firefox

#### **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.

#### **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приступая к изучению дисциплины, обучающимся целесообразно ознакомиться с ее рабочей программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке университета, а также с предлагаемым перечнем заданий.

Для успешного освоения учебного материала курса «Дифференциальные уравнения» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).

- промежуточный контроль (экзамен).

*Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.*

*Текущий контроль:*

- Самостоятельные работы

- Индивидуальные задания

- Опрос студентов

*Промежуточный контроль:*

- Контрольная работа по курсу

*Итоговый контроль:*

## **11. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Под специальными условиями для получения образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья понимаются условия обучения, воспитания и развития таких студентов, включающие в себя использование при необходимости адаптированных образовательных программ и методов обучения и воспитания, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего необходимую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания вуза и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение образовательных программ обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение в рамках учебной дисциплины обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение по учебной дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

В целях доступности обучения по дисциплине обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- наличие альтернативной версии официального сайта института в сети «Интернет» для слабовидящих;

- весь необходимый для изучения материал, согласно учебному плану (в том числе, для обучающихся по индивидуальным учебным планам) предоставляется в электронном виде на диске.

- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

- обеспечение возможности выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-проводника, к зданию института.

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- наличие микрофонов и звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования (аудиоколонки);

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, материально-технические условия должны обеспечивать возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проемов и других приспособлений).

Перед началом обучения могут проводиться консультативные занятия, позволяющие студентам с ограниченными возможностями адаптироваться к учебному процессу.

В процессе ведения учебной дисциплины профессорско-преподавательскому составу рекомендуется использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи обучающимся с ограниченными возможностями здоровья в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в учебной группе.

Особенности проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и другое). При необходимости предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ):

### *«Дифференциальные уравнения»*

#### 1. Цель освоения дисциплины (модуля):

Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются

- формирование знаний по математическому анализу необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

#### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы: подготовки бакалавра по направлению 44.03.05 Педагогическое образование.

#### 3. Требования к результатам освоения дисциплины(модуля):

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-1	Способен конструировать содержание образования в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС основного и среднего общего образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся
ПК-3	Осуществляет коммуникацию в цифровой среде для достижения профессиональных целей и эффективного взаимодействия.

4. Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

5. Семестр: 7

#### 6. Основные разделы дисциплины (модуля):

1. Дифференциальные уравнения  $n$  - го порядка.
2. Решение дифференциального уравнения.
3. Геометрическая интерпретация решения ДУ.
4. Уравнения с разделенными переменными.

5. Однородные дифференциальные уравнения.
6. Задача Коши.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.

**7. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации:**

Зачет

**8. Автор:**

Шихшинатова М.М.