МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР
«31» 05 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б.1.О.08.02. МОДУЛЬ «ПРЕДМЕТНО-СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ (ПРОФИЛЬ МАТЕМАТИКА)»
Б1.О.08.02.06. Дифференциальные уравнения

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили) – Физика и Математика

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)

Махачкала
2021

Зайнулабидов М.М Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения». – Махачкала: ДГПУ, 2021. 22 с.

Программа утверждена на заседаниях:

кафедры: высшей математики *(протокол №6 от « 20 » января 2021 г.)*
Зав. кафедрой: Гаджимурадов М.А., к.ф.-м.н., профессор _________

Учёного совета факультета МФиИ *(протокол № 8 от «20 » апреля 2021 г.)*
Председатель _Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент ___________________

учебно-методического совета ДГПУ *(протокол №3 от «31 » мая 2021 г.)*
Председатель УМС: к.п.н., доцент, Вечедова А.Д. ___________

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цели и задачи освоения дисциплины
2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
5.	Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
5.1.	Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)
5.2.	Структура учебной дисциплины (модуля)
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
7	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)
7.1.	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы
7.2.	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
7.3.	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
7.4.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
8	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8.1.	Основная учебная литература
8.2.	Дополнительная учебная литература
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

1. Цели и задачи освоения дисциплины

формирование систематических знаний в области уравнений математической физики, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.

Задачи дисциплины:

• формулировка основных уравнений математической физики, их классификация и постановка основных краевых задач;

• изложение различных методов решений краевых задач: использование интегральных преобразований, теории потенциала, построение фундаментальных решений, а также формулировка в замкнутом виде решений для областей канонической формы.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО дисциплина «Дифференциальные уравнения» направлена на формирование следующих компетенций:

Таблица 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-2	Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий

В результате изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» студенты должны:

Знать:

– основные типы уравнений математической физики;

– вывод основных уравнений математической физики;

– уравнение колебание струны;

– уравнение колебание стержня;

– уравнение колебание мембраны;

– способы задания начальных и краевых условий;

– уравнение распространение тепла в стержне;

– постановка задачи Дирихле.

Уметь:

– выводить основные уравнения математической физики;

– решать уравнения математической физики известными методами; решать краевые задачи для уравнений в частных производных методом разделения переменных и методы построения функции Грина;

– строить замкнутые решения линейных уравнений в частных производных для областей канонической формы.

Владеть:

– навыками решения практических задач с помощью уравнений математической физики.

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина **Б1.О.07.02.06** «Дифференциальные уравнения» входит к предметно-содержательный модуль (профиль математика) направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование,* профили «Физика» и «Математика» (квалификация – «бакалавр») – и изучается 6 семестре.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе освоения студентами дисциплин «Теория функции действительного переменного», «Теория функции комплексного переменного»,

4.Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся. Общая трудоемкость дисциплины составляет

2зачетных единиц, 72 часа. (2 курс,6 семестр: зачет)

Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы отражен в таблице 2.

Таблица 2.

Форма обучения	**Трудоемкость**	**Виды учебной работы**					
		Лекции / *в том числе практ. направ*	**Практические занятия/** *в том числе практ. направ*	**Лабораторные занятия**	**Промежуточный контроль**	**СРС**	**Форма аттестации**
Очная 5 сем.	72	16/8	16/8			40	зачет
Заочная 5сем	72	4/2	4/2			64	зачет

5. Содержание (дидактика) дисциплины.

Раздел 1. «Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений ».

1.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
1.2 Уравнения с разделенными и разделяющими переменными. Линейное ОДУ – 1 и его решение. ОДУ – 1 в полных дифференциалах и его решение.
1.3 Линейные однородные уравнения, линейные неоднородные уравнения (метод Бернулли, метод Лагранжа).
1.4 Линейные уравнения 2 – го порядка. (ЛОДУ – 2) структура их общего решения .
1.5 ЛОДУ – 2 с постоянными коэффициентами и методы их решения. ЛНДУ – 2 с постоянными коэффициентами.
1.6 Краевая задача для ЛОДУ – 2. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения, собственные функции. Ряды Фурье по собственным функциям.
1.7 Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка (ЛУЧП – 2) с двумя независимыми переменными их простейшие виды. Понятие характеристическое уравнение, характеристики. Классификация (ЛУЧП – 2), канонические формы записи, схема приведения ЛУЧП – 2 к каноническому виду.

Раздел 2. «Основы теории классических уравнений математической физики»

2.1 Уравнение Даламбера и его общее решение..
2.2 Первая и вторая краевые задачи Дарбу, их решение и корректность.
2.3 Смешанная краевая задача (СКЗ) для однородного уравнения Даламбера, единственность его решения.
2.4 Уравнения Фурье.
2.5 Решение СКЗ для уравнения Фурье методом Фурье.
2.6 Уравнения Лапласа.
2.7 Основные свойства гармонической функции.
2.8 Принцип экстремума гармонической функции.
2.9 Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье.
Представления решения задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина

5.2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

«Дифференциальные уравнения и уравнения»

№ Мод. № разд.	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы				Компетенции
		Лекции	Пр. зан.	СРС	Всего часов	
1	2	3	4	5	6	
1.1	*Дифференциальные уравнения n - го порядка.* Определение ОДУ – 1, ОДУ – 2, ОДУ – n, УЧП – 1, УЧП – 2. Определение классического решения дифференциального уравнения. Связь с интегральным исчислением, зависимость решения от произвольных постоянных или функций. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Понятие частное общее особое решение ОДУ.					УК-1, ПК-2,

1.2	Уравнения с разделенными и разделяющими переменными. Линейное ОДУ – 1 и его решение. ОДУ – 1 в полных дифференциалах и его решение.					УК-1, ПК-2,
1.3	Линейное ОДУ – 2 (ЛОДУ - 2) с постоянными коэффициентами и его решение. Понятие характеристическое уравнение. Фундаментальная система и структура общего решения. ЛОДУ – 2. Решение неоднородного линейного уравнения методом Лагранжа.					УК-1, ПК-2,
1.4	Краевая задача для ЛОДУ – 2. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения, собственные функции. Ряды Фурье по собственным функциям.					УК-1, ПК-2,
1.5	*Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка (ЛУЧП – 2) с двумя независимыми переменными их простейшие виды.* Понятие характеристическое уравнение, характеристики. Классификация (ЛУЧП – 2), канонические формы записи, схема приведения ЛУЧП – 2 к каноническому виду.					УК-1, ПК-2,
2.1	*Классические уравнения математической физики* Классические уравнения математической физики (уравнение Даламбера, Фурье, Пуассона – Лапласа) и постановка начально – краевых задач для них. Корректность и некорректность постановки задачи.					УК-1, ПК-2,
2.2	Уравнение Даламбера и его общее решение. Задача Коши для уравнения Даламбера, ее решение (формула Даламбера) и корректность постановки. Характеристический треугольник и четырехугольник.					УК-1, ПК-2,
2.3	Первая и вторая краевые задачи Дарбу, их решение и корректность. Задача Гурса для уравнения Даламбера, ее решение и корректность. Комментарии и корректности этих задач для общего уравнения гиперболического типа.					УК-1, ПК-2,
2.4	Смешанная краевая задача (СКЗ) для однородного уравнения Даламбера, единственность его решения. Нахождение решения СКЗ с однородными краевыми условиями методом Фурье.					УК-1, ПК-2,
						УК-1, ПК-2,
2.5	Решение СКЗ для неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.					УК-1, ПК-2,
2.6	Принцип максимума и минимума для уравнения Фурье. Единственность решения СКЗ для уравнения Фурье.					УК-1, ПК-2,
2.7	Решение СКЗ для уравнения Фурье методом Фурье.					УК-1, ПК-2,
2.8	Задача Коши для уравнения Фурье и ее решение с помощью фундаментального решения. Единственность решения этой задачи.					УК-1, ПК-2,

2.10	Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Постановка задач Дирихле, Неймана и Пуанкаре для уравнения Лапласа и их корректность. Внутренние и внешние задачи. Формулы Грина для оператора Лапласа.					УК-1, ПК-2,
3.1	*Гармоническая функция и ее интегральное представление.* Основные свойства гармонической функции.					УК-1, ПК-2,
3.2	Принцип экстремума гармонической функции. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана.					УК-1, ПК-2,
3.3	Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье. Интеграл и ядро Пуассона.					УК-1, ПК-2,
3.4	Представления решения задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для круга с помощью функции Грина. Решение задачи Неймана для круга с помощью функции Грина.					УК-1, ПК-2,
	Итого	16	16	40	72	

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа студента

Раздел дисциплины	**№ п/п**	**Вид СРС**	**Трудоемкость, часов**
Раздел 1	1	Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	4
	2	Линейные дифференциальные уравнения в частных производных.	4
Раздел 2	3 4	Основные модели математической физики.	4
	4	Уравнения продольных колебаний стержня.	4
	5	Распространение тепла в пространстве.	4
	6	Уравнения колебания тепла в пространстве.	4
	7	Потенциальное течение жидкости.	4
	8	Метод разделения переменных в задаче Дирихле.	4
	9	Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения допускающие понижения порядка.	4
	10	Разностные схемы решений уравнений математической физики.	2
	11	Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.	2
		Итого:	40

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся

по дисциплине (модулю)

-

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция	Этапы формирования	Процедура оценивания
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать:** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации **Уметь:** решать математические задачи. **Владеть:** применять системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос, тестирование, контрольная работа.
ПК-2 Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий	Знает:осуществлять обучение по учебному предмету использовать современных предметно методических подходов и образовательных технологий **Умеет**: решать математические задачи. **Владеет:** использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по предмету в профессиональной деятельности.	Устный опрос, тестирование, контрольная работа.

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	**Оценочная шкала**		
	Удовлетворительно	**Хорошо**	**Отлично**
Знать: осуществлять поиск, критический анализ	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не

и синтез информации **Уметь:** решать практические задачи. **Владеть:** применять системный подход для решения поставленных задач		заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.

ПК-2

- **Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий**

• Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	• Оценочная шкала		
	• Удовлетворительно	• Хорошо	• Отлично
Знает: осуществлять обучение по учебному предмету использовать современных предметно методических подходов и образовательных технологий **Умеет**: на основе теоретических знаний решать практические задачи. • **Владеет:** использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по дифференциальным уравнениям в	Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.

профессионально й деятельности			

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Экзаменационные вопросы по курсу
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения n – го порядка (ОДУ – n) и его классического решения; (ОДУ – 1), геометрическое истолкование его решения, понятие интегральная кривая.
2. Уравнения с разделенными и с разделяющимися переменными и методика их решения.
3. Линейное ОДУ – 1 (ЛОДУ – 1) и методы их решения.
4. ОДУ в полных дифференциалах и методы их решения.
5. Задача Коши, теорема существования и единственности классического решения (без доказательства) для ОДУ – 1 и ОДУ – 2. Понятие частное, общее, особое решения.
6. ЛОДУ – 2 с постоянными коэффициентами и методы их решения.
7. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения и собственные функции.
8. Определение уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными (УЧП – 2) и его классического решения. Линейные УЧП – 2 (ЛУЧП – 2) их классификация. Характеристическое уравнение, характеристики. Канонические формы и схема приведения общего ЛУЧП – 2 к каноническому виду.
9. Классические уравнения математической физики (уравнения Даламбера, Пуассона – Лапласа, Фурье). Корректность постановки начально – краевых задач для этих уравнений.
10. Уравнение Даламбера и его общее решение. Задача Коши для уравнения Даламбера, ее решение и корректность постановки.
11. Характеристический треугольник. Задача Дарбу, их решение и корректность постановки.
12. Характеристический четырехугольник. Задача Гурса , ее решение и корректность постановки.
13. Смешанная краевая задача (СКЗ) для уравнения Даламбера, единственность, ее решения; для случаев:
    а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
14. Задача Коши, для уравнения Фурье, единственность ее решения.
15. СКЗ для уравнения Фурье, единственность ее решения. (принцип экстремума и его следствия).
16. Решение СКЗ для уравнения Фурье, методом разделения переменных для
    а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
17. Решение задачи Коши, для уравнения Фурье, с помощью фундаментального решения.
18. Единственность решения задачи Коши, для уравнения Фурье.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в плоском и пространственном случаях.
20. Оператор Лапласа и формулы Грина для него.
21. Определение гармонической функции и ее интегральное представление.
22. Постановка задач Дирихле, Неймана, Пуанкаре для уравнения Лапласа. Внутренние и внешние задачи.
23. Принцип экстремума гармонической функции и его следствия.
24. Теорема единственности решений задач Дирихле и Неймана.

25. Теорема о среднем значении гармонической функции.
26. Формула интегрирования по частям для гармонических функций как следствие формулы Грина.
27. Решение задачи Дирихле для круговой области методом Фурье.
28. Интеграл и ядро Пуассона.
29. Представление решения задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина.
30. Решение задач Дирихле для круга с помощью функции Грина.

Примерные варианты контрольных работ

Тема: « Дифференциальные уравнения n – го порядка»

Контрольная работа № 1

1. Найдите общее решение ОДУ – 1 :

I. $y' = \dfrac{x-2}{x^3}$; II. $y' = xe^{-x^2}$;

I. $yy' = 2y - x$; II. $y' = \dfrac{y}{x} - \dfrac{x}{y}$;

I. $y' + xy = 4x$; II. $y' + xy = \sin x$;

2. Найдите общее решение ОДУ – 2:

I. $y'' + 4y' + 13y = \sin x$; II. $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$;

3. Найдите решение задачи Коши :

I. $(1-x)y' - y = 0, \quad y(0) = 1$; II. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - \dfrac{y}{x}, \quad y(-1) = 1$;

I. $y'' - 9y' = 2 - x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$ II. $y'' + 4y = 2\cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y(0) = 4.$

Тема: «уравнение математической физики».

Контрольная работа № 2

Структура и содержание дисциплины «Уравнения математической физики» таковы, что проверить знания и усвоение материала с помощью тестирования с указаним вариантов ответа невозможно, хотя бы потому, что студент имеет возможность проверить правильный ответ непосредственной подстановкой в исходные данные задачи.

Поэтому предлагается тестове домашние контрольные работы, требующие решения задач и примеров, используя при этом теоретический материал и демострируя ее понимание и усвоение.

Тест №1

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,x) = x^2$; $\left.(U_x - U_y)\right|_{y=x} = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = \cos x$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Найти экстремум гармонической функции $U(x,y) = xy$ в круге $x^2 + y^2 \le 1$, исходя из принципа экстремума.

Тест №2

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 4U_{xy} + 5U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xx} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,0) = 3x^2$; $U_y(x,0) = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = x$, используя известную формулу решения задачи Коши.
4. Сформулировать задачу Дирихле для прямоугольной области $a \le x \le b, \quad c \le y \le d$ и найти ее решение методом Фурье.

Тест №3

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,x) = 0$; $\left.(U_x - U_y)\right|_{y=x} = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = \sin x$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Выписать уравнения Лапласа $U_{xx} + U_{yy} = 0$ в полярной системе координат и найти его фундаментальное решение.

Тест №4

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,-x) = 0$; $\left.(U_x + U_y)\right|_{y=-x} = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = x^2$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Дать определение гармонической функции и привести примеры для одномерного, двумерного, трехмерного уравнения Лапласа.

Тест №5

1. Привести к каноническому виду уравнение $U_{xx} + 2U_{xy} + 5U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,0) = 0$; $U_y(x,0) = 3x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = 3x + 1$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Сформулировать задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа $U_{xx} + U_{yy} = 0$ в круге $x^2 + y^2 = 1$ и проверить условие разрешимости задачи Неймана для конкретной функции.

Тест №6

1. Привести к каноническому виду уравнение $2U_{xx} + 3U_{xy} + U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} - U_{yy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,0) = x$; $U_y(x,0) = x^2$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = 2x^2 + 1$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Показать, что функция $U(x,y) = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$ гармоническая всюду в плоскости, за исключением начало координат.

Тест №7

1. Привести к каноническому виду уравнение $2U_{xx} - 5U_{xy} + 3U_{yy} = 0$.
2. Найти решение уравнения $U_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям Коши $U(x,-x) = x^2$; $\left(U_x + U_y\right)\Big|_{y=-x} = 0$.
3. Решить задачу Коши: $U_t - U_{xx} = 0$, $U(x,0) = 4x + 5$, исходя из формулы решения задачи в общем случае.
4. Показать, что функция $U(x,y,z) = \frac{1}{r}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$ везде где $r \neq 0$.

7.4.Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Программа минимума примеров и задач для практических занятий курса.

1. Найти решение ОДУ – 1: 1) $xy' + y = x^3$, 2) $x(1+y) + yy'(1+x) = 0$, 3) $y'tg = y$, 4) $(1+x^2)dy - xydx = 0$, 5) $y'\sin x = y\ln y$, 6) $(1+e^x)yy' = e^x$, 7) $y' + x^2y = x^2$, 8) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$, 9) $y' + y\cos x = \sin x\cos x$, 10) $ye^{2x}dx + (1+e^{2x})dy = 0$, 11) $y' + 3y = e^{2x}$.
2. Выписать любое линейное алгебраическое уравнение, составить линейное ОДУ – 1 , для которого выбранное алгебраическое уравнение является характеристическим и найти его решение с помощью решения алгебраического уравнения.

   Например: $5k + 6 = 0$, $5y' + 6y = 0$, $y = ce^{-\frac{6}{5}x}$.
3. Выписать любые три однородные уравнения из п.1 в дифференциальной форме и проверить являются ли они уравнениями в полных дифференциалах.

   Например: 1) $xy' + y = x^3$**;2)** $xdy + ydx = x^3dx$**;3)** $xdy + (y - x^3)dx = 0$;

   $M(x,y) = y - x^3$; $N(x,y) = x$; $\frac{\partial M}{\partial y} = 1$; $\frac{\partial N}{\partial x} = 1$.
4. Выписать любые три дифференцируемые функции двух независимых переменных, приравнять их первые дифференциалы нулю, найти решение полученных ОДУ – 1, как уравнений в полных дифференциалах.

   Например: $U = x\sin(x^2 - y)$, $U_x = \sin(x^2 - y) + x2x\cos(x^2 - y)$; $U_y = x\cos(x^2 - y)$.

   $\left[\sin(x^2 - y) + x2x\cos(x^2 - y)\right]dx + x\cos(x^2 - y)dy = 0$. **Решение:** $x\sin(x^2 - y) = const$. Далее проверить по формуле $U(x,y) = \int_{x_0}^{x} M(t,y)dt + \int_{y_0}^{y} N(x_0,t)dt$

5. Выписать любые три квадратных уравнения, один из которых имеет два различных действительных корня, другой – два комплексных корня, третье – один кратный корень. По этим уравнениям составить ОДУ – 2 с постоянными коэффициентами, для которых они являются характеристическими и найти их общее решение.

Например: 1) $k^2 + 5k + 6 = 0 \leftrightarrow y'' + 5y' + 6y = 0$ **;**

2) $k^2 + k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + y' + y = 0$ **; 3)** $k^2 + 2k + 1 = 0 \leftrightarrow y'' + 2y' + y = 0$ **.**

Решение: 1) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$ **; 2)** $y = e^{-\frac{1}{2}x}\left(C_1 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + C_2 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$ **;**

3) $y = (C_1 x + C_2)e^{-x}$ **.**

6. Для составленных по п.5 ОДУ – 2 рассмотреть неоднородные случаи, когда правые части уравнения $f(x)$ заданные конкретные функции, например $y'' + 5y' + 6y = x^2$. Найти решение этих нелинейных уравнений методом Лагранжа.

7. Составить ЛУЧП – 2, для которых выбранные в п.5 квадратные уравнения являются характеристическими. Найти характеристики этих уравнений и путем замены переменных привести их каноническим видам записи.

8. Найти решения задачи Коши, Дарбу, Гурса соответственно с начально – краевыми условиями $U(x,0) = f(x), \quad U_y(x,0) = f(x)$; $U(x,0) = f(x), \quad U_y(x,-x) = f(x)$; $U(x,x) = f(x), \quad U_y(x,-x) = f(x)$. Рассмотреть случаи $f(x) = x; \quad f(x) = x^2; \quad f(x) = \sin x; \quad f(x) = \cos x; \quad f(x) = e^x - 1; \quad f(x) = tgx; \quad f(x) = \ln x$. Осуществить проверку правильности полученного решения в случае корректности постановки и поправить краевые условия так, чтобы были соблюдены условия согласования, в случае некорректности постановки.

9. Найти решение задачи Коши для уравнения Фурье по заданному начальному условию $U(x,0) = f(x),$ для случаев $f(x) = x; \quad f(x) = x^2; \quad f(x) = \sin x; \quad f(x) = \cos x.$

10. Выписать в виде суммы ряда решение СКЗ для уравнения Даламбера с нулевыми краевыми условиями и начальными условиями $U(x,0) = \tau(x), \quad U_y(x,0) = \nu(x), \quad 0 \le x \le \pi$ когда $\tau(x) = x; \quad \nu(x) = x; \quad \tau(x) = \sin x$; $\nu(x) = \cos x$.

11. Непосредственным вычислением показать, что функция гармонична (негармонична) при $U(x,y) = xy, \quad U(x,y) = x^2 + y^2, \quad U(x,y) = x^2 - y^2, \quad U(x,y) = chx + chy$.

12. Проверить гармоничность функций

$$U(x,y) = \cos x \sin y; \quad U(x,y) = \cos x \cos y; \quad U(x,y) = chxshy; \quad U(x,y) = \ln\sqrt{x^2 + y^2};$$

$$U(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad U(x,y) = \ln\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad U(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

13. Проверить свойства гармонических функций $\int\limits_{\Gamma}\frac{\partial U}{\partial n}ds = 0$;

$U(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi R}\int\limits_{\Gamma_K} U(x,y)ds, \quad \Gamma_K : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ и принцип экстремума в круге $x^2 + y^2 = 1$ для функций $U(x,y) = xy; \qquad U(x,y) = x^2 - y^2$.

14. С помощью ряда Фурье или интеграла Пуассона найти гармоническую в круге $x^2 + y^2 \le 1$ функцию на границе $\Gamma : x^2 + y^2 = 1$, удовлетворяющую условию Дирихле $U\big|_{\Gamma} = \sin 2\varphi$; $U\big|_{\Gamma} = \cos 2\varphi$.

15. Построить функцию Грина для полуплоскости и выписать с ее помощью решение задачи Дирихле с краевым условием $U(x,y)=x^2$.

Экзаменационные вопросы по курсу

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

31. Определение обыкновенного дифференциального уравнения n – го порядка (ОДУ – n) и его классического решения; (ОДУ – 1), геометрическое истолкование его решения, понятие интегральная кривая.
32. Уравнения с разделенными и с разделяющимися переменными и методика их решения.
33. Линейное ОДУ – 1 (ЛОДУ – 1) и методы их решения.
34. ОДУ в полных дифференциалах и методы их решения.
35. Задача Коши, теорема существования и единственности классического решения (без доказательства) для ОДУ – 1 и ОДУ – 2. Понятие частное, общее, особое решения.
36. ЛОДУ – 2 с постоянными коэффициентами и методы их решения.
37. Задача Штурма – Лиувилля, собственные значения и собственные функции.
38. Определение уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными (УЧП – 2) и его классического решения. Линейные УЧП – 2 (ЛУЧП – 2) их классификация. Характеристическое уравнение, характеристики. Канонические формы и схема приведения общего ЛУЧП – 2 к каноническому виду.
39. Классические уравнения математической физики (уравнения Даламбера, Пуассона – Лапласа, Фурье). Корректность постановки начально – краевых задач для этих уравнений.
40. Уравнение Даламбера и его общее решение. Задача Коши для уравнения Даламбера, ее решение и корректность постановки.
41. Характеристический треугольник. Задача Дарбу, их решение и корректность постановки.
42. Характеристический четырехугольник. Задача Гурса , ее решение и корректность постановки.
43. Смешанная краевая задача (СКЗ) для уравнения Даламбера, единственность, ее решения; для случаев:
    а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
44. Задача Коши, для уравнения Фурье, единственность ее решения.
45. СКЗ для уравнения Фурье, единственность ее решения. (принцип экстремума и его следствия).
46. Решение СКЗ для уравнения Фурье, методом разделения переменных для
    а) однородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    б) неоднородного уравнения с однородными краевыми условиями;
    в) неоднородного уравнения с неоднородными краевыми условиями.
47. Решение задачи Коши, для уравнения Фурье, с помощью фундаментального решения.
48. Единственность решения задачи Коши, для уравнения Фурье.
49. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в плоском и пространственном случаях.
50. Оператор Лапласа и формулы Грина для него.
51. Определение гармонической функции и ее интегральное представление.
52. Постановка задач Дирихле, Неймана, Пуанкаре для уравнения Лапласа. Внутренние и внешние задачи.

53. Принцип экстремума гармонической функции и его следствия.
54. Теорема единственности решений задач Дирихле и Неймана.
55. Теорема о среднем значении гармонической функции.
56. Формула интегрирования по частям для гармонических функций как следствие формулы Грина.
57. Решение задачи Дирихле для круговой области методом Фурье.
58. Интеграл и ядро Пуассона.
59. Представление решения задач Дирихле и Неймана с помощью функции Грина.
60. Решение задач Дирихле для круга с помощью функции Грина.

8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных»

8.1. ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева А.Б, Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие 3-е изд-е изд-во «Лань», 2010-432с.
2. Запорожец Г.И. З.33 Руководство к решению задач по математическому анализу: Учебное пособие 7-е изд. Изд-во «Лань», 2010.-464с.
3. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Б64 Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: Учебное пособие. 2-е изд. СПб.: Издательство «Лань», 2010.-464с.
4. Ельцов, А. А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. А. Ельцов, Т. А. Ельцова. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2013. — 104 c. — ISBN 978-5-4332-0128-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/72089.html
5. Болодурина, И. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах и приложениях : методические указания / И. П. Болодурина, С. Т. Дусакаева, А. Н. Благовисная. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 59 c. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/51604.html
6. Коновалова, Л. В. Дифференциальные уравнения и их приложения в технике : учебное пособие / Л. В. Коновалова. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 57 c. — ISBN 978-5-9227-0573-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/49956.html
7. Бурмистрова Е.Б. Б912 Математический анализ и дифференциальные уравнения: учебник для студ высш.учеб.завыедений/Е.Б.Бурмистрова, С.Г.Лобанов. –М.:Издательский центр «Академия», 2012-368с.
8. Матросов В.Л., Р.М. Асланов, М.В. Топунов-М.: Гуманитар, изд центр ВЛАДОС, 2011-376с. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными.

9. Бибиков Ю.Н. Б.59 Курс обыкновенных дифференциальных уравнений:Учебное пособие. 2-е изд., Изд-«Лань»,2011.-304с.
10. Битнер Г.Г. Б.66 Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие /Г.Г.Битнер.-Ростов н/Д:Феникс, 2012.-205с.

8.2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. Уравнение математической физики. М.: Наука,1976г..
2. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г.
3. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977г
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. М.: Наука,1972г.
5. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнение математической физики. М.: Наука,1969г.
6. Арсенин В.В. Методы математической физики. М.: Наука 1974г.
1. Тиханов А.Н., Васильева А.Б., Свешникова А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980г..
2. Школьник, Дифференциальные уравнения. – М.:Высшая школа,1963г.
3. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Просвещение,1988г.
4. Очан Ю.С.Методы математической физики. М.: Высшаяшкола,1967г.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1) Википедия http://ru.wikipedia.org/wiki

2) Образовательный математический сайт «Экспонента»

http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/

3) Мир математических уравнений

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm

4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!
http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm

5) Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff

6) Www.mathedu.ru

7) www.libgen.info

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

После изучения теоретического материала «Дифференциальные уравнения» студенты должны:

Знать:

– основные типы уравнений математической физики;

– вывод основных уравнений математической физики;

– уравнение колебание струны;

– уравнение колебание стержня;

– уравнение колебание мембраны;

– способы задания начальных и краевых условий;

– уравнение распространение тепла в стержне;

– постановка задачи Дирихле.

Уметь:

– выводить основные уравнения математической физики;

– решать уравнения математической физики известными методами; решать краевые задачи для уравнений в частных производных методом разделения переменных и методы построения функции Грина;

– строить замкнутые решения линейных уравнений в частных производных для областей канонической формы.

Владеть:

– навыками решения практических задач с помощью уравнений математической физики.

Для успешного освоения учебного материала курса «Дифференциальные уравнения» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- **экзамен**

11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.