

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цели и задачи освоения дисциплины
2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
5.	Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
5.1.	Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)
5.2.	Структура учебной дисциплины (модуля)
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
7	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)
7.1.	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы
7.2.	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
7.3.	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
7.4.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
8	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8.1.	Основная учебная литература
8.2.	Дополнительная учебная литература
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
-----	---

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра» являются:

- формирование знаний по алгебре, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач в математике и информатике.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО дисциплина «Алгебра» направлена на формирование следующих компетенций:

Таблица 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-6	Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..

В результате изучения дисциплины «Алгебра» студенты должны:

знать:

- общую структуру алгебры, значение алгебры для решения задач, возникающих в теории и практике.
- основные понятия алгебры, строгие доказательства основных фактов различных разделов геометрии.
- исходные положения основных разделов алгебры, место алгебры в системе дисциплин, историю возникновения и развития алгебры.

уметь:

- доказывать основные факты и утверждения различных разделов алгебры, применять теоретические знания курса алгебры в различных областях человеческой деятельности.
- применять основные методы алгебры к решению задач, пользоваться математическими моделями для решения практических задач.

владеть:

- различными приемами применения алгебраических идей к доказательству теорем и решению задач вузовского и школьного курса алгебры, техникой применения алгебраических методов для решения математических задач.

3. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра» Б1. О.08.02.02 входит в предметно- содержательный модуль (профиль математика) направления подготовки 44.03.05. Педагогическое образование, профили «Физика» и «Математика» (квалификация – «бакалавр») – и изучается в 1-4 семестрах.

Дисциплина «Алгебра» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Освоение дисциплины является основой для последующего изучения дисциплин «Теория чисел», «Числовые системы» и курсов по выбору студентов.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Алгебра» составляет **432** часа (12 зачетных единиц).

Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы отражен в таблице 2.

Таблица 2. Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы

Форма обучения	Трудоемкость	Виды учебной работы					
		Лекции/ в том числе практ. направ	Практические занятия/ в том числе практ. направ	Лабораторные занятия/ в том числе практ. направ	контроль	СРС	Форма аттестации
очная	108	16/10	16/10	16/10	27	33	экзамен, 1 сем.
	72	16/10	16/10			40	зачет, 2 сем.
	108	16/10	16/10	16/10	27	33	экзамен, 3 сем.
	72	16/10	16/10			40	зачет, 4 сем.
Итого	432	64/40	64/40	32/20	54	146	
заочная	108	4/2	4/2	4/2	27	69	экзамен, 1 сем.
	72	4/2	4/2			64	зачет, 2 сем.
	108	4/4	4/4	4/4	27	69	экзамен, 3 сем.

	72	4/2	4/2			64	
	360	16/10	16/10	8/6	54	266	

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)

Раздел 1. «Матрицы и определители»

1.1. Матрицы. 1.2. Перестановки и подстановки. 1.3. Определитель n -го порядка. 1.4. Свойства определителей. 1.5. Миноры и алгебраические дополнения. 1.6. Теорема Лапласа.

Раздел 2. «Системы линейных уравнений».

2.1. Системы линейных уравнений. 2.2. Правило Крамера. 2.3. Метод Гаусса. 2.4. Арифметическое n -мерное векторное пространство. 2.5. Линейная зависимость векторов. 2.6. Базис и ранг системы векторов. 2.7. Ранг матрицы. 2.8. Критерий Кронекера-Капелли. 2.9. Однородные системы линейных уравнений.

Раздел 3. «Алгебра матриц».

3.1. Операции над матрицами и их свойства. 3.2. Теорема об определителе произведения двух матриц. 3.3. Вырожденная и не вырожденная матрицы. 3.4. Обратная матрица. 3.5. Матричные уравнения. 3.6. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Раздел 4. «Комплексные числа».

4.1. Основные числовые множества (краткий обзор); множества натуральных чисел N ; целых чисел Z ; рациональных чисел Q ; действительных чисел R . 4.2. Построение множества комплексных чисел. 4.3. Алгебраическая форма комплексного числа. 4.4. Геометрическое изображение комплексных чисел. 4.5. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня). 4.6. Двучленные уравнения. 4.7. Корни n -ой степени из единицы и их свойства.

Раздел 5. «Алгебраические структуры».

5.1. Множества и операции над ними. Прямое произведение множеств. Понятие n -арного отношения. 5.2. Бинарное отношение и основные его свойства. Отношение эквивалентности и разбиение на классы. Отношение порядка. 5.3. Отображение (функция) и виды отображений. Композиция (произведение, суперпозиция) отображений; свойство ассоциативности. 5.4. Понятие n -арной алгебраической операции. Свойства бинарной алгебраической операции. 5.5. Понятие алгебры. Основные типы алгебр: полугруппа, группа, кольцо и поле. Примеры полугруппы, группы, колец и полей. 5.6. Группа биективных отображений множества на себя. Группа подстановок n -ой степени. Группа корней из 1. Числовые поля. Поле рациональных чисел как минимальное числовое поле. 5.7. Простейшие свойства групп, колец и полей.

Раздел 6. «Теория многочленов».

6.1. Понятие многочлена над полем. Операции над многочленами и их свойства. Деление с остатком. 6.2. Деление многочлена на линейный двучлен $x - c$. Теорема Безу и схема Горнера. 6.3. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. НОД и НОК многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены и их свойства. 6.4. Неприводимые над полем многочлены и их свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов и его единственность (факториальность кольца многочлена). 6.5. Производная многочлена. Формула Тейлора. Неприводимые кратные множители. Кратные корни многочлена. 6.6. Многочлены от одной переменной над полями Q, R, C . 6.7. Многочлены от нескольких переменных над полем.

Раздел 7. «Линейные пространства».

7.1. Определение линейного (векторного) пространства. Примеры арифметических пространств. 7.2. Подпространство, линейная оболочка, система образующих. Сумма и пересечение

подпространства. 7.3. Линейная зависимость и независимость векторов; основные их свойства. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Координаты вектора. 7.4. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности. 7.5. Связь между базисами. Связь между координатами вектора в разных базах.

Раздел 8. «Линейный оператор».

8.1. Определение линейного оператора и простейшие его свойства. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора. Матрица линейного оператора. Биективное соответствие между линейными операторами и матрицами. 8.2. Связь между координатами векторов a и $\varphi(a)$, где φ - линейный оператор. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах; подобные матрицы. 8.3. Операции над линейными операторами. Понятие линейной алгебры. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры. 8.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Нахождение собственных значений и собственных векторов; характеристическое уравнение линейного оператора. Линейные операторы с простым спектром. Условия подобия матрицы диагональной матрицы.

Раздел 9. «Евклидовы пространства».

9.1. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. Примеры евклидовых пространств. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Угол между векторами. 9.2. Ортогональные векторы. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации. Ортогональный и ортонормированный базисы. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

5.2. Структура учебной дисциплины (модуля)

Структура дисциплины по темам отражена в таблицах 6-9

Таблица 6. Структура учебной дисциплины (модуля) для очной формы обучения

Тема (раздел) дисциплины	Итого	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах)				
		ЛК	ПЗ	ЛР	Конт роль	СРС
1-2 семестр						
1. Матрицы и определители.						
2. Системы линейных уравнений.						
3. Алгебра матриц.						
Экзамен, зач.						
Всего за 1-2 семестр						
3 семестр						
1. Комплексные числа.						
2. Алгебраические структуры.						
3. Теория многочленов.						
Всего за 3 семестр						
4 семестр						
1. Линейные пространства.						
2. Линейный оператор.						
3. Евклидовы пространства.						
Всего за 4 семестр						

Таблица 7. Структура учебной дисциплины (модуля) для заочной формы обучения

Тема (раздел) дисциплины	Итого	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах)				
		ЛК	ПЗ	ЛР	Конг роль	СРС
1-2 семестр						
1. Матрицы и определители.						
2. Системы линейных уравнений.						
3. Алгебра матриц.						
Экзамен						
Всего за 1- 2 семестр						
3 семестр						
1. Комплексные числа.						
2. Алгебраические структуры.						
3. Теория многочленов.						
Всего за 3 семестр						
4 семестр						
1. Линейные пространства.						
2. Линейный оператор.						
3. Евклидовы пространства.						
Всего за 4 семестр						

Целью практических и семинарских занятий является контроль усвоения студентами теоретического материала по дисциплине, а также привитие навыков и умений применения полученных знаний при решении задач.

Применяемые технологии при проведении практического занятия:

- ознакомление студентов с целью и задачами занятия;
- фронтальный опрос;
- решение практических задач;
- тестирование по теме;
- выполнение контрольных работ;
- подготовка и защита рефератов по отдельным темам;
- подведение итогов и оценка знаний студентов.

Темы практических и/или семинарских занятий

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК
1.	1	1. Перестановки и подстановки. Определитель n-го порядка. 2. Вычисление определителя n-го порядка.	10	УК-1, ПК-6,
2.	2	1. Правило Крамера. Метод Гаусса. 2. Линейная зависимость векторов. 3. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. 4. Критерий Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений.	10	УК-1, ПК-6,

3.	3	1. Операции над матрицами. 2. Вычисление обратной матрицы. 3. Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.	10	УК-1, ПК-6,
4.	4	1. Операции над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. 2. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Корни n -ой степени из единицы.	6	УК-1, ПК-6,
5.	5	1. Операции над множествами. Бинарное отношение. 2. Отображения. Композиция отображений. Бинарная алгебраическая операция. 3. Группа, кольцо, поле.	4	УК-1, ПК-6,
6.	6	1. Операции над многочленами. Схема Горнера. 2. Алгоритм Евклида. Вычисление НОДа и НОКа многочленов. 3. Отделение кратных корней многочлена. 4. Многочлены от одной переменной над полями \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} . Многочлены от нескольких переменных над полем.	6	УК-1, ПК-6,
7	7	1. Подпространства линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. 2. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Координаты вектора. 3. Изоморфизм векторных пространств. Связь между базисами. Связь между координатами вектора в разных базах.	8	УК-1, ПК-6,
8	8	1. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора. Матрица линейного оператора. 2. Связь между координатами векторов α , $\varphi(\alpha)$, где φ - линейный оператор. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 3. Операции над линейными операторами. 4. Нахождение собственных значений и собственных векторов.	6	УК-1, ПК-6,
9	9	1. Скалярное произведение векторов. Длина вектора. Угол между векторами. 2. Процесс ортогонализации. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.	8	УК-1, ПК-6,

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Таблица 6.

Содержание самостоятельной работы по разделам и темам дисциплины

Темы (вопросы) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
---------------------------	-----------------------------------

Матрицы и определители.	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.
Системы линейных уравнений.	проработка учебного материала, решение задач, контрольные работы, подготовка и защита реферата, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Алгебра матриц.	проработка учебного материала, подготовка рефератов и докладов к участию в тематических дискуссиях, работа с тестами и заданиями.
Комплексные числа.	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Алгебраические структуры.	проработка учебного материала, разбор тестов по данной теме, решение задач, конспектирование отдельных вопросов.
Теория многочленов.	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.
Линейные пространства.	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.
Линейный оператор.	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.
Евклидовы пространства.	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется методами самообучения и самоконтроля в двух направлениях:

- для закрепления и углубления знаний и навыков, полученных на лекционных и практических занятиях;

- для самостоятельного изучения отдельных тем и вопросов дисциплины.

Самостоятельная работа осуществляется в виде:

- конспектирования учебной, научной и периодической литературы;
- проработки учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы);
- подготовки сообщений и докладов к семинарам и практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях, работе научного кружка и конференциях;
- работы с нормативными документами и законодательной базой, с первичными документами и отчетностью предприятий;
- поиска и обзора научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации;
- выполнения лабораторных, контрольных работ, творческих (проектных) заданий, курсовых работ (проектов);
- решения практических и ситуационных задач;
- составления аналитических таблиц, графического оформления материала;
- написания рефератов, докладов;
- работы с тестами и контрольными вопросами для самопроверки;
- анализа отчетной информации организаций различных организационно-правовых форм и видов деятельности;
- моделирования и анализа конкретных проблемных ситуаций;
- написания выводов и предложений на основе проведенного анализа.

Результаты самостоятельной работы контролируются и учитываются при текущем и промежуточном контроле успеваемости обучающегося. При этом проводятся тестирование, экспресс-опрос и фронтальный опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов и сообщений по дополнительному материалу к лекциям, проверка домашних контрольных работ и т.д.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция	Этапы формирования	Процедура оценивания
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации Уметь: решать математические задачи. Владеть: применять системный подход для решения поставленных задач	Устный опрос, тестирование, контрольная работа.
ПК- 6 Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..	Знать: основные положения алгебры. Уметь: применять различные способы решения задач. Владеть: основными аксиоматическими методами алгебры..	Устный опрос, тестирование, контрольная работа.

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Знать: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации Уметь: решать практические задачи. Владеть: применять системный подход для решения поставленных задач	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.

ПК- 6 Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Знать: основные положения алгебры. Уметь: применять различные способы решения задач. Владеть: основными аксиоматическими методами алгебры.	Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами.	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками

		показывает должный уровень сформированности компетенций.	и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.
--	--	--	--

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные варианты контрольных работ

Примерные варианты контрольной работы №1

1. Найти обратную матрицу для матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: методом Крамера и матричным методом (методом обратной матрицы).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$$

3. Найти общее и базисное решения системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель, разложив по элементам первой строки.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Примерные варианты контрольной работы №2

1. Определите, какое множество точек задает условие:

$$|z - 1 + 2i| \geq 2$$

2. Извлечь квадратный корень $\sqrt{5 - 12i}$.

3. Решить уравнение $(4 - 2i)x^2 + (7 - i)x + (5 + 5i) = 0$

4. Представьте в тригонометрической форме число $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

5. Вычислить $\left(\frac{4}{-\sqrt{3} + i}\right)^{12}$.

6. Решить уравнение $x^3 - 8i = 0$.

Примерные тестовые задания для текущего контроля по дисциплине «Алгебра»

Тесты по разделу № 1. Матрицы и определители

1. Определитель изменяет знак при:

- а) вынесении общего множителя строки за знак определителя;
- б) транспонировании;
- в) перестановке двух строк.

2. Определитель равен нулю если:

- а) все строки различны;
- б) имеются одинаковые строки.

3. Отличие минора от алгебраического дополнения:

- а) нет различий;
- б) конкретным значением;
- в) наличием знака.

4. Вычислить значение определителя:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

- а) положительное;
- б) отрицательное;
- в) нулевое.

5. Вычислить значение определителя:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$

- а) положительное;
- б) отрицательное;
- в) нулевое.

6. Отличие матрицы от определителя:

- а) нет различий;
- б) по форме представления;
- в) матрица – таблица, определитель – число.

7. Матрицей второго порядка называется

- а) определитель
- б) выражение с двумя элементами

- c) таблица из четырех элементов
 - d) четыре числа
- 8. В квадратной матрице...**
- a) все элементы одинаковы
 - b) четное число элементов
 - c) число строк равно числу столбцов
 - d) только целые числа
- 9. Две матрицы равны, если...**
- a) они имеют одинаковое число строк и столбцов
 - b) имеют одинаковые элементы
 - c) имеют одинаковые размеры
 - d) у них совпадают диагональные элементы
- 10. Единичная матрица, это такая матрица, в которой...**
- a) все элементы единицы
 - b) на главной диагонали-единицы, а остальные элементы нули
 - c) хоть один элемент единица
 - d) есть строка(столбец) из единицы
- 11. Что указывает первый индекс элемента матрицы?**
- a) номер столбца элемента
 - b) номер строки элемента
 - c) количество строк в матрице
 - d) количество столбцов в матрице
- 12. Элемент с одинаковыми индексами это-**
- a) элемент главной диагонали
 - b) нечетный элемент матрицы
 - c) нулевой элемент матрицы
 - d) не обязательный элемент матрицы
- 13. Главная диагональ в матрице:**
- a) слева сверху-вправо вниз
 - b) слева снизу- вправо вверх
 - c) имеет наибольшую сумму элементов
 - d) не должна содержать нулей

Тесты по разделу № 2. Системы линейных уравнений

1. Система линейных уравнений называется определенной, если она имеет:

- a) бесчисленное множество решений;
- б) не имеет решений;
- в) единственное решение.

2. Система совместна и имеет единственное решение, если:

- a) ее определитель отличен от нуля;
- б) ее определитель равен нулю;
- в) величина определителя не имеет значений.

3. Совместная система из n уравнений и n неизвестных имеет единственное решение, если ее ранг: $r(A)$:

- а) $r(A) < n$;
- б) $r(A) = n$;
- в) $r(A) > n$.

4. Можно ли решать по правилу Крамера данную систему уравнений:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1;$$

$$5x_1 + 4x_2 - x_3 = 5:$$

- а) можно;
- б) нельзя.

5. Можно ли решать систему m уравнений с n неизвестными по правилу Крамера:

- а) можно;
- б) нельзя.

6. По методу Жордана-Гаусса элементарные преобразования выполняются над:

- а) матрицей из коэффициентов при неизвестных;
- б) расширенной матрицей;
- в) произвольно составленной матрицей.

7. Какое заключение можно сделать, если в процессе элементарных преобразований получилась матрица вида

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 10\dots 00 & a_1 \\ 01\dots 00 & a_2 \\ \text{---} & \text{---} \\ 00\dots 01 & a_n \end{array} \right)$$

- а) система не имеет решений;
- б) система имеет бесконечное множество решений;
- в) система имеет единственное решение.

8. Как следует поступить, если на некотором этапе преобразований матрицы системы образовалась строка, целиком состоящая из нулей:

- а) прекратить вычисления;
- б) исключить нулевую строку из последующих преобразований;
- в) оставить нулевую строку без внимания.

9. Если $r(\tilde{A}) = r(A)$ и $r < n$, то система m уравнений с n неизвестными:

- а) не имеет решений;
- б) имеет единственное решение;
- в) имеет бесчисленное множество решений.

10. Для получения базисного решения каким переменным какие значения задаются:

- а) нулевые значения свободным переменным;
- б) нулевые значения базисным переменным;
- в) произвольные значения свободным переменным.

11. Для однородной системы линейных уравнений справедливо соотношение:

- а) $r(A) > r(\tilde{A})$;
- б) $r(A) = r(\tilde{A})$;
- в) $r(A) < r(\tilde{A})$.

12. При каком условии однородная система линейных уравнений имеет единственное решение:

- а) $r(A) < n$;
- б) $r(A) = n$;
- в) $r(A) > n$.

13. Однородная система m уравнений с n неизвестными имеет:

- а) единственную систему функциональных решений;
- б) не имеет системы функциональных решений;
- в) имеет несколько систем функциональных решений.

Тесты по разделу № 3. Алгебра матриц

1. Для какой матрицы существует обратная к ней:

- а) прямоугольной;
- б) квадратной;
- в) произвольной.

2. Квадратная матрица называется невырожденной, если ее определитель:

- а) равен нулю;
- б) отличен от нуля;
- в) величина определителя не имеет значения.

3. Базисный минор – это минор:

- а) произвольно составленный;
- б) окаймляющий какой-то элемент;
- в) состоящий из базисных строк и столбцов.

4. Присоединенная матрица строится из:

- а) алгебраических дополнений;
- б) миноров;
- в) определителей.

5. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно

- а) $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$
- б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$
- с) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
- д) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Сумма матриц $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ равна
- a) $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$
 - b) $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
 - c) $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$
 - d) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
7. Для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ обратной является
- a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
 - b) $\begin{pmatrix} 0,5 & 1 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$
 - c) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
 - d) $\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

Тесты по разделу № 4. «Комплексные числа».

1. Сколько форм записи имеет комплексное число?

- a) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4

2. Что представляет собой число i ?

- a) Число, квадратный корень из которого равен -1;
- б) Число, квадрат которого равен -1;
- в) Число, квадратный корень из которого равен 1;
- г) Число, квадрат которого равен 1;

3. Как на координатной плоскости изображается комплексное число?

- a) В виде отрезка;
- б) Точкой или радиус-вектором;
- в) Плоской геометрической фигуры;
- г) В виде круга

4. Вычислите сумму чисел $z_1=7+2i$ и $z_2=3+7i$

- a) $10+9i$;
- б) $4-5i$;
- в) $10-5i$;
- г) $4+5i$.

5. Кто ввёл название «мнимые числа»?

- a) Декарт;
- б) Арган;
- в) Эйлер;
- г) Кардано.

6. В какое множество входят числа 5 ; $3-6i$; 2.7 ; $2i$?

- а) Действительные числа;
- б) Рациональные числа;
- в) Комплексные числа;
- г) Иррациональные числа

Примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен)

2 семестр

1. Матрицы.
2. Перестановки и подстановки.
3. Определитель n -го порядка.
4. Свойства определителей.
5. Миноры и алгебраические дополнения.
6. Теорема Лапласа.
7. Системы линейных уравнений.
8. Правило Крамера.
9. Метод Гаусса.
10. Арифметическое n -мерное векторное пространство.
11. Линейная зависимость векторов.
12. Базис и ранг системы векторов.
13. Ранг матрицы.
14. Критерий Кронекера-Капелли.
15. Однородные системы линейных уравнений.
16. Операции над матрицами и их свойства.
17. Теорема об определителе произведения двух матриц.
18. Вырожденная и не вырожденная матрицы.
19. Обратная матрица.
20. Матричные уравнения.
21. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
22. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации (зачет)

3 семестр

1. Основные числовые множества (краткий обзор); множества натуральных чисел N ; целых чисел Z ; рациональных чисел Q ; действительных чисел R .
2. Построение множества комплексных чисел.
3. Алгебраическая форма комплексного числа.
4. Геометрическое изображение комплексных чисел.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа.
6. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).
7. Двучленные уравнения.
8. Корни n -ой степени из единицы и их свойства.
9. Множества и операции над ними.
10. Прямое произведение множеств. Понятие n -арного отношения.
11. Бинарное отношение и основные его свойства. Отношение эквивалентности и разбиение на классы. Отношение порядка.
12. Отображение (функция) и виды отображений. Композиция (произведение, суперпозиция) отображений; свойство ассоциативности.

13. Понятие n -арной алгебраической операции. Свойства бинарной алгебраической операции.
14. Понятие алгебры. Основные типы алгебр: полугруппа, группа, кольцо и поле. Примеры полугруппы, группы, колец и полей.
15. Группа биективных отображений множества на себя. Группа подстановок n -ой степени. Группа корней из 1. Числовые поля. Поле рациональных чисел как минимальное числовое поле.
16. Простейшие свойства групп, колец и полей.
17. Понятие многочлена над полем. Операции над многочленами и их свойства. Деление с остатком.
18. Деление многочлена на линейный двучлен $x - c$. Теорема Безу и схема Горнера.
19. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. НОД и НОК многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены и их свойства.
20. Неприводимые над полем многочлены и их свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов и его единственность (факториальность кольца многочлена).
21. Производная многочлена. Формула Тейлора. Неприводимые кратные множители. Кратные корни многочлена.
22. Многочлены от одной переменной над полями Q, R, C .
23. Многочлены от нескольких переменных над полем.

Примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Определение линейного (векторного) пространства. Примеры арифметических пространств.
2. Подпространство, линейная оболочка, система образующих. Сумма и пересечение подпространства.
3. Линейная зависимость и независимость векторов; основные их свойства.
4. Базис и ранг системы векторов.
5. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Координаты вектора.
6. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
7. Связь между базисами.
8. Связь между координатами вектора в разных базах.
9. Определение линейного оператора и простейшие его свойства.
10. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора.
11. Матрица линейного оператора.
12. Биективное соответствие между линейными операторами и матрицами.
13. Связь между координатами векторов a и $\varphi(a)$, где φ - линейный оператор.
14. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах; подобные матрицы. Операции над линейными операторами. Понятие линейной алгебры.
15. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
17. Нахождение собственных значений и собственных векторов; характеристическое уравнение линейного оператора.
18. Скалярное произведение векторов. Евклидово пространство. Примеры евклидовых пространств.
19. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Угол между векторами.
20. Ортогональные векторы. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации.

21. Ортогональный и ортонормированный базисы. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

7.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

Всего по дисциплине студент может набрать 100 баллов (или более с учетом бонусных баллов), из которых 20 баллов составляют баллы за посещаемость, 50 – за активность и 30 студент получает на зачете или на экзамене.

Всего по дисциплине предусмотрено два модуля. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, показатели (по посещению, активности, рубежного контроля) перемножаются на соответствующие коэффициенты. Данные коэффициенты определяются отдельно для каждого модуля следующим образом:

Коэффициент посещения - $K_{\text{посещ.}}=10/ N_{\text{зан.}}$

Коэффициент активности - $K_{\text{актив.}}=25/ N_{\text{актив.}}$

Где:

$N_{\text{зан.}}$ – количество занятий (пар) по дисциплине в данном модуле;

$N_{\text{актив.}}$ – максимальное количество баллов, которое может набрать студент на занятиях (практических, семинарских, лабораторных) в данном модуле + баллы, полученные на рубежном контроле.

Баллы, полученные студентами, заносятся в журнал БРС сразу после окончания занятия, во время которого эти баллы были получены.

Оценка на промежуточном контроле (экзамен) выставляется по результатам баллов, полученным студентом в сумме обоих модулей по следующей таблице

Набранные студентом баллы	Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается экзаменом (зачетом с оценкой)	Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается зачетом
от 0 до 50	неудовлетворительно	не зачтено
от 51 до 64	удовлетворительно	зачтено
от 65 до 74	хорошо	
от 75 до 100	отлично	

Для процедура оценивания используются тесты, контрольные работы.

Наиболее способным студентам преподаватель рекомендует специальную научную разработку отдельных тем и проблем курса в рамках работы кафедрального кружка студенческого научного общества с последующими выступлениями на ежегодных научных конференциях университета.

Тестирование: на практических занятиях реализуется **тестирование** студентов с целью контроля результатов их самостоятельной работы по усвоению основных понятий и тем курса.

Оценка работы с тестовыми заданиями:

0- 20 % правильных ответов оценивается как «неудовлетворительно»; 30-50% - «удовлетворительно»; 60-80% - «хорошо»; 80-100% – «отлично».

Система оценки ответа студента на зачете:

Оценка "незачтено" выставляется при незнании основных вопросов материала или при наличии грубых ошибок в ответах на них, неумении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

Оценка "зачтено" выставляется при достаточно полном знании материала учебной программы, отсутствии существенных неточностей при его изложении и в ответах на вопросы, умении решать практические задачи.

Система оценки ответа студента на экзамене:

Оценка за каждый вопрос и итоговая оценка выставляется в 4-х бальной системе: "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно". При этом:

Оценка "отлично" выставляется при глубоком и всестороннем знании материала учебной программы, грамотном и логически стройном его изложении, умении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

Оценка "хорошо" выставляется при твердом и достаточно полном знании материала учебной программы, отсутствии существенных неточностей при его изложении и в ответах на вопросы, умении решать практические задачи.

Оценка "удовлетворительно" выставляется при наличии неточностей в знании основного материала, при допущении ошибок при выполнении практических заданий.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется при незнании основных вопросов экзаменационного билета или наличии грубых ошибок в ответах на них, неумении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Линейная алгебра : сборник задач / составители Л. Л. Ефименко, Ю. Н. Исмаиловой, И. В. Фролова. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», 2015. — 52 с. — ISBN 978-5-7014-0686-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87127.html>
2. Джавадов Г.А., Кулибеков Н.А. Алгебра и теория чисел, часть 1.-Махачкала,2011.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 2010 (и последующие издания).
4. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. –М., 2009 (и последующие издания).
5. Шерстов, С. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Матрицы и системы уравнений : учебно-методическое пособие / С. В. Шерстов. — Москва : Издательский Дом МИСиС, 2015. — 17 с. — ISBN 978-5-87623-970-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/64171.html>
6. Джавадов Г.А., Гамидова П.Г., Казибекоев Т.Л. Определители и системы линейных уравнений (Учебно-методическое пособие для проведения практических и лабораторных занятий). – Махачкала, 2013.
7. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов, В. В. Сазонов [и др.] ; под редакцией М. В. Федотова. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2017. — 547 с. — ISBN 978-5-00101-530-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89207.html>
8. Алгебра. Основной курс с решениями и указаниями : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — Москва : Лаборатория знаний, 2018. — 579 с. — ISBN 978-5-00101-622-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/89214.html>

8.2 Дополнительная учебная литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. –М., 1978.
2. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел.-М., 1979.
3. Курош А.Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней, «Наука», М., 1975 г
4. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. – М., 1978.
5. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М., 1984.
6. Фаддеев Д.К., И.С. Соминский. Сборник задач по высшей алгебре. – М., 1982.
7. Шнеперман Л.В., «Сб.задач по алгебре и теории чисел», «Вышэйшая школа», Минск, 1982 г.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
- 5) Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?pl=madiff
- 6) [Www.mathedu.ru](http://www.mathedu.ru)
- 7) www.libgen.info
- 8) «КнигаФонд» <http://www.knigafund.ru>
- 9) «Юрайт» www.biblio-online.ru
- 10) «Айбукс» www.lbooks.ru

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Для успешного освоения учебного материала курса «Алгебра» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль.

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- экзамен

Критерии оценок

В основе оценки знаний по предмету лежат следующие основные требования:

- освоение всех разделов теоретического курса программы;
- умение применять полученные знания к решению конкретных задач.

Ответ заслуживает **отличной оценки**, если экзаменуемый показывает знания, в полной степени, отвечающие предъявляемым к ответу требованиям: это требование основных понятий и приемов решения задач. Отличная оценка характеризует свободную ориентацию экзаменуемого в предмете. Ответы на вопросы, в том числе и дополнительные, должны обнаруживать уверенное владение терминологией, основными умениями и навыками.

Хорошая оценка характеризует тот ответ, который не в полной степени удовлетворяет вышеперечисленным критериям, однако, экзаменуемый обнаруживает прочные знания в объеме курса. Ответ должен быть достаточно аргументирован, вопросы глубоко и осмысленно изложены.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется за то, что ответ экзаменуемого соотносится с основными требованиями, т.е. имеются в виду твердые знания в объеме учебной программы и умение владеть терминологией. Удовлетворительная оценка выставляется за знание в целом, однако, отдельные детали могут быть упущены.

Неудовлетворительная оценка выставляется, если ответ не удовлетворяет хотя бы одному из требований или отсутствуют знания основных понятий и методов решения задач.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование ДГПУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.