

**МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1. В.03. Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили) – Физика и Математика

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)

**Махачкала
2021**

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|------|---|
| 1. | Цели и задачи освоения дисциплины |
| 2. | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы |
| 3. | Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата |
| 4. | Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся |
| 5. | Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий |
| 5.1. | Содержание разделов учебной дисциплины (модуля) |
| 5.2. | Структура учебной дисциплины (модуля) |
| 6. | Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) |
| 7 | Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) |
| 7.1. | Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы |
| 7.2. | Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания |
| 7.3. | Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы |
| 7.4. | Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций |
| 8 | Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) |
| 8.1. | Основная учебная литература |
| 8.2. | Дополнительная учебная литература |
| 9. | Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля) |
| 10. | Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля) |
| 11. | Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем |
| 12. | Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) |

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

являются:

1. Формирование систематических знаний в области теории вероятностей и математической статистики, о ее месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.
- развитие логического мышления и математической культуры;

Задачи дисциплины

Изучение: 1) основных понятий теории множеств, аксиоматический метод изложения теории вероятностей.

2) основных методов доказательства, и алгоритмы теории вероятностей.

– формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;

3) применение основных методов теории вероятностей в решении задач смежных областей математики и теоретической физики.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» направлена на формирование следующих компетенций:

Таблица 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

| Код компетенции | Наименование компетенции |
|-----------------|---|
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач |
| ПК-6 | Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.. |

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студенты должны:

Знать: 1) основные понятия теории множеств, аксиоматический метод изложения теории вероятностей.

2) основные положения теории вероятностей и математической статистики, аксиоматический метод, методы сбора и обработки информации.

3) основные методы доказательства, и алгоритмы теории вероятностей.

4) основные примеры математических моделей в теории вероятностей и математической статистике.

Уметь: 1) использовать основные свойства объектов этих теорий при решении задач базовых и элективных курсов;

2) использовать основные положения этих разделов науки при решении задач,

3) применять основные методы теории вероятностей в решении задач смежных областей математики и теоретической физики.

4) строить примеры основных математических моделей в теории вероятностей и математической статистике.

Владеть: 1) основными методами этих теорий,

2) основными методами теории вероятностей и математической статистики,

3) навыками применения основных алгоритмов теории вероятностей и математической статистики во всех разделах математического знания,

4) навыками использования математических моделей- классического и геометрического

определений вероятности в решении практических задач теории вероятностей.

3. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» Б1.В.03 входит в предметно-содержательный модуль: (профиль математика) часть, формируемая участниками образовательных отношений направления подготовки 44.03.05. Педагогическое образование, профили «Физика» и «Математика» (квалификация – «бакалавр») (квалификация – «бакалавр») и изучается в 7 семестре.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 144 часа. (4 зачетных единиц).

Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы отражен в таблице 2.

| Форма обучения | Трудоемкость | Виды учебной работы | | | | | |
|-----------------|--------------|---|---|----------------------|------------------------|-----|------------------|
| | | Лекции/ <i>в том числе практ. направ</i> | Практические занятия/ <i>в том числе практ. направ</i> | Лабораторные занятия | Промежуточный контроль | СРС | Форма аттестации |
| Очная 7 сем | 144 | 30/20 | 34/22 | | | 57 | экзамен |
| Заочная 7сем | 144 | 8/6 | 8/6 | | | 101 | экзамен |

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)

Раздел 1. Случайные события

Вероятности в конечном пространстве элементарных событий. Вероятностное пространство. Операции над случайными событиями; алгебры событий. Условная вероятность; независимость событий. Прямое произведение вероятностных пространств. Формула полной вероятности и формула Байеса. Связь между вероятностью (в математике) и частотой (в эксперименте); статистическая устойчивость частот. Основные свойства вероятности. Методы вычисления вероятностей; элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).

Раздел 2. Случайные величины

Измеримые отображения. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения случайной величины, их взаимосвязь и свойства; квантили. Вероятности событий, связанных со случайными величинами. Понятие об интеграле Лебега. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Неравенство Чебышёва. Независимость случайных величин. Основные дискретные распределения (равномерное, биномиальное, Пуассона). Испытания Бернулли и теорема Пуассона. Основные непрерывные распределения (равномерное, показательное, нормальное). Функция Лапласа, функция ошибок. Преобразование плотности распределения случайной величины при замене переменной. Распределения хи-квадрат и Стьюдента, их связь со стандартным нормальным распределением. Псевдослучайные числа. Линейный конгруэнтный метод генерирования равномерно распределённых чисел. Генерирование случайных чисел с заданным распределением методом обратной функции распределения. Метод полярных координат для генерирования нормально распределённых чисел. Характеристические функции случайных величин, их свойства; формула обращения, теорема непрерывности. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности. Закон больших чисел (в форме Чебышёва и в форме Бернулли). Центральная предельная теорема в форме Ляпунова. Интегральная теорема Муавра \square Лапласа как частный случай центральной предельной теоремы. Приближённая нормальность случайной ошибки измерений.

Раздел 3. Системы случайных величин

. Математическое ожидание функции нескольких случайных величин. Математическое ожидание суммы случайных величин и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание произведения зависимых случайных величин.

Раздел 4. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ.

Неравенство Чебышева и Теорема Чебышева.

Раздел 5. Математическая статистика

Статистическая совокупность. Генеральная совокупность и выборочные совокупности (выборки). Признаки объектов статистической совокупности; шкалы измерения признаков (номинальные, порядковые, количественные). Вариационный ряд, гистограмма, эмпирическая функция распределения. Выборочные математическое ожидание и дисперсия. Интервальное оценивание; построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения и для параметра распределения Пуассона. Проверка статистических гипотез; ошибки первого и второго рода. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормально распределённых генеральных совокупностей

5.2. Структура учебной дисциплины (модуля)

Структура дисциплины по темам отражена в таблицах 6-9

Таблица 6. Структура учебной дисциплины (модуля) для очной формы обучения

| Тема (раздел) дисциплины | Итого | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах) | | | | |
|--|-------|---|-----|----|-----|-----------|
| | | ЛК | ПЗ | ЛР | КСР | Сам. раб. |
| 7 семестр | | | | | | |
| Раздел 1. <u>Случайные события</u> | 20 | 6 | 6 | | | 10 |
| Раздел 2. <u>Случайные величины</u> | 20 | 6 | 6/и | | | 10 |
| Раздел 3. <u>Системы случайных величин</u> | 20 | 6 | 6/и | | | 10 |
| Раздел 4. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ. | 24 | 6 | 8 | | | 10 |

| | | | | | | |
|--|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|
| Раздел <u>5. Математическая статистика</u> | 24 | 6 | 8/и | | | 13 |
| Всего за семестр | 144 | 30 | 34 | | | 53 |

Таблица 7. Структура учебной дисциплины (модуля) для заочной формы обучения

| Тема (раздел) дисциплины | Итого | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах) | | | | |
|--|------------|---|----------|----|-----|------------|
| | | ЛК | ПЗ | ЛР | КСР | Сам. Раб. |
| 7 семестр | | | | | | |
| Раздел 1. <u>Случайные события</u> | | 2 | 2 | | | 20 |
| Раздел 2. <u>Случайные величины</u> | | | | | | 20 |
| Раздел 3. <u>Системы случайных величин</u> | | 2 | 2 | | | 20 |
| Раздел 4. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ. | | 2 | 2 | | | 20 |
| Раздел 5. <u>Математическая статистика</u> | | 2 | 2/и | | | 21 |
| Всего за семестр | 144 | 8 | 8 | | | 101 |

Целью практических и семинарских занятий является контроль усвоения студентами теоретического материала по дисциплине, а также привитие навыков и умений применения полученных знаний при решении экономических задач.

Применяемые технологии при проведении практического занятия:

- ознакомление студентов с целью и задачами занятия;
- фронтальный опрос;
- решение практических задач;
- тестирование по теме;
- выполнение контрольных работ;
- подготовка и защита рефератов по отдельным темам;
- подведение итогов и оценка знаний студентов.

Темы практических и/или семинарских занятий

| № п/п | № раздела дисциплины | Тематика практических занятий (семинаров) | Трудоемкость (час.) | Компетенции |
|-------|----------------------|--|---------------------|---------------|
| 1. | 1 | Вычисление вероятностей событий в случае конечности пространства элементарных событий. Условная вероятность и независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. | 4 | УК-1, ПК-6 |

| | | | | |
|----|---|--|-----|------------|
| 2. | 2 | Функции и плотности распределения дискретных случайных величин, моменты этих величин. Задачи на испытания Бернулли. | 4/и | УК-1,ПК-6 |
| 3. | 3 | Функции и плотности распределения непрерывных случайных величин, моменты этих величин. Вычисление вероятностных характеристик функций случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей. | 6/и | УК-1, ПК-6 |
| 4. | 4 | Неравенство Чебышева и Теорема Чебышева | 8 | УК-1, ПК-6 |
| 5. | 5 | Статистическое оценивание параметров распределения методом моментов и методом максимального правдоподобия. Интервальное оценивание параметров нормального распределения и параметра распределения Пуассона. Проверка статистических гипотез. | 8/и | УК-1, ПК-6 |

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Таблица 6.

Содержание самостоятельной работы по разделам и темам дисциплины

| Темы (вопросы) дисциплины | Содержание самостоятельной работы |
|----------------------------------|--|
| СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. | проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями. |
| СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. | проработка учебного материала, решение задач, контрольные работы, подготовка и защита реферата, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов. |
| СИСТЕМА ДВУХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. | проработка учебного материала, подготовка рефератов и докладов к участию в тематических дискуссиях, работа с тестами и заданиями. |
| ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ. | проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные |

| | |
|---------------------------|--|
| | работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов. |
| МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА | проработка учебного материала, разбор тестов по данной теме, решение задач, конспектирование отдельных вопросов. |

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется методами самообучения и самоконтроля в двух направлениях:

- для закрепления и углубления знаний и навыков, полученных на лекционных и практических занятиях;

- для самостоятельного изучения отдельных тем и вопросов дисциплины.

Самостоятельная работа осуществляется в виде:

- конспектирования учебной, научной и периодической литературы;
- проработки учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы);
- подготовки сообщений и докладов к семинарам и практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях, работе научного кружка и конференциях;
- работы с нормативными документами и законодательной базой, с первичными документами и отчетностью предприятий;
- поиска и обзора научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации;
- выполнения лабораторных, контрольных работ, творческих (проектных) заданий, курсовых работ (проектов);
- решения практических и ситуационных задач;
- составления аналитических таблиц, графического оформления материала;
- написания рефератов, докладов;
- работы с тестами и контрольными вопросами для самопроверки;
- анализа отчетной информации организаций различных организационно-правовых форм и видов деятельности;
- моделирования и анализа конкретных проблемных ситуаций;
- написания выводов и предложений на основе проведенного анализа.

Результаты самостоятельной работы контролируются и учитываются при текущем и промежуточном контроле успеваемости обучающегося. При этом проводятся тестирование, экспресс-опрос и фронтальный опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов и сообщений по дополнительному материалу к лекциям, проверка домашних контрольных работ и т.д.

Привести литературу для учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

| Компетенция | Этапы формирования | Процедура оценивания |
|---|--|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | Знать: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации Уметь: решать математические задачи. Владеть: применять системный подход для решения поставленных | Устный опрос, тестирование, контрольная работа. |

| | | |
|--|--|---|
| | задач | |
| ПК-6 Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.. | Знает: использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности Умеет: решать математические задачи. Владеет: использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по предмету в математике.. | Устный опрос, тестирование, контрольная работа. |

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

| Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|--|---|---|--|
| | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Знать: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации Уметь: решать практические задачи. Владеть: применять системный подход для решения поставленных задач | Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки. | Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций. | Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций. |

ПК-6

Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..

| Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|---|---|---|--|
| | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Знает: использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности Умеет: на основе теоретических знаний решать практические задачи. Владеет: использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по предмету в профессиональной | Знает основной материал, но допускает неточности, При выполнении практических заданий допускает ошибки. | Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций. | Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций. |

| | | | |
|--------------|--|--|--|
| Деятельности | | | |
|--------------|--|--|--|

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные варианты контрольных работ

Вариант № 1.

1. Понятие случайного события. Виды случайных событий. Операции над событиями.
2. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.
3. В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

Вариант № 2.

1. Классическое определение вероятности.
2. на плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и не зависит от ее расположения.
3. В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наудачу по одному извлекают 3 шара без возвращения. Найти вероятности следующих событий: а) последовательно появятся шары под номерами 1, 4, 5; б) извлеченные шары будут иметь номера 1, 4, 5 независимо от того, в какой последовательности они появились.

Вариант № 3.

1. Основные формулы комбинаторики.
2. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.
3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса.

Вариант № 4.

1. Относительная частота. Статистическая вероятность.
2. В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

3. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить 4 бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

Вариант № 5.

1. Геометрическая вероятность.
2. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, извлеченные детали окажутся окрашенными.
3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

Вариант № 6.

1. Аксиоматические основы теории вероятностей.
2. В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутри круга наудачу брошены четыре точки. Найти вероятности следующих событий: а) все четыре точки попадут внутрь треугольника; б) одна точка попадет внутрь треугольника и по одной точке на каждый малый сегмент. Предполагается, что вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна площади фигуры и не зависит от ее расположения.
3. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

Вариант № 7.

1. Полная группа событий. Противоположные события.
2. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны.
3. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз, если вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8.

Вариант № 8.

1. Теоремы сложения вероятностей.
2. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было произведено 200 приборов.
3. Внутри круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг: а) квадрата; б) правильного треугольника. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от его расположения относительно круга.

Вариант № 9.

1. Условные вероятности. Теоремы умножения вероятностей.
2. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажутся: а) одно окрашенное; б) два окрашенных изделия; в) хотя одно окрашенное изделие.
3. Вероятность успешного выполнения упражнения для каждого из двух спортсменов равна 0,5. Спортсмены выполняют упражнение по очереди, причем каждый делает по две попытки. Выполнивший упражнение первым получает приз. Найти вероятность получения приза.

Вариант № 10.

1. Формула полной вероятности.
2. Монета брошена два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится герб.
3. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% — с заболеванием L, 20% — с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для болезней L и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

Вариант № 11.

1. Формулы Байеса.
2. В коробке шесть одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
3. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что произведение xy будет не больше единицы, а частное y/x не больше двух.

Вариант № 12.

1. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
2. Задача о встрече. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами. Пришедший первым ждет второго в течении $\frac{1}{4}$ часа, потом уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый приходит студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов).
3. В цехе работают семь мужчин и три женщины. По табельным номерам наудачу отобраны три человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.

Вариант № 13.

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
2. В мешочке содержится 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу по одному извлекают три кубика. Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются: а) без возвращения; б) с возвращением (извлеченный кубик возвращается в мешочек).
3. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

8.2. ЗАДАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ 2.

Вариант № 1.

1. Случайные величины и их виды. Закон распределения дискретной случайной величины.
2. Плотность равномерного распределения сохраняет в интервале (a, b) постоянное значение C ; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти значение постоянного параметра C .
3. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

| | | | |
|---|-----|-----|-----|
| X | -4 | 6 | 10 |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Вариант № 2.

1. Биномиальное распределение.
2. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = (3/2)\sin 3x$ в интервале $(0, \pi/3)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/6, \pi/4)$.
3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X - M(X)| < 0,2$, если $D(X) = 0,004$.

Вариант № 3.

1. Распределение Пуассона.
2. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин.
3. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа появлений герба при двух бросаниях монеты.

Вариант № 4

1. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
2. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X , распределенной по закону Пуассона:

| | | | | | | |
|---|----------------|-----------------------------------|-------------------------------------|-----|-------------------------------------|-----|
| X | 0 | 1 | 2 | ... | k | ... |
| P | $e^{-\lambda}$ | $\frac{\lambda e^{-\lambda}}{1!}$ | $\frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!}$ | ... | $\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ | ... |

3. Дана функция распределения непрерывно

й случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin 2x, & 0 < x \leq \pi/4, \\ 1, & x > \pi/4. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$.

Вариант № 5

1. Функция распределения непрерывной случайной величины, её свойства и график.
2. Случайная величина X задана на всей оси Ox функцией распределения $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение, заключенное в интервале $(0, 1)$.
3. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X – числа очков, которые могут выпасть при бросании одной игральной кости.

Вариант № 6

1. Плотность распределения, её свойства и график.
2. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа патронов, выданных стрелку; б) найти наивероятнейшее число выданных стрелку патронов.
3. Закон равномерного распределения задан плотностью распределения $f(x) = 1/(b - a)$ в интервале (a, b) ; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти функцию распределения $F(x)$.

Вариант № 7

1. Равномерное распределение. Числовые характеристики случайной величины X , распределенной равномерно в интервале (a, b) .
2. Плотность распределения непрерывной случайной величины X в интервале $(0, \pi/2)$ равна $f(x) = C \cdot \sin 2x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти постоянный параметр C .
3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

| | | | |
|---|-----|-----|-----|
| X | 0,1 | 0,4 | 0,6 |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Используя неравенство Чебышева, что

$$|X - M(X)| < \sqrt{0,4}.$$

оценить вероятность того,

Вариант № 8

1. Нормальное распределение. Числовые характеристики непрерывной случайной величины, распределенной нормально.
2. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди четырех отобранных и построить многоугольник полученного распределения.
3. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2, \\ 0, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Вариант № 9

1. Числовые характеристики непрерывной случайной величины и их свойства.
2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = c(x^2 + 2x)$ в интервале $(0, 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти: а) параметр c ; б) дисперсию величины X .

3. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$; $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 8$.

Вариант № 10

1. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
2. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найти вероятности того, что магазин получит разбитых бутылок: а) ровно 2; б) менее двух; в) более двух; г) хотя бы одну. ($e^{-3} = 0,04979$)
3. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}, & -1 < x \leq 1/3, \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(0, 1/3)$.

Вариант № 11

1. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
2. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(-1, 1)$.

3. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|----|
| X | -5 | | 3 | |
| P | 0,4 | 0,3 | 0,1 | ,2 |

Вариант № 12

1. Понятие о системе нескольких случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.
2. Найти плотность распределения системы случайных величин (X, Y) по известной функции распределения

$$F(x, y) = \sin x \cdot \sin y \quad (0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2).$$

3. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X : $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, а также известны математические ожидания этой величины и ее квадрата: $M(X) = 0,1$, $M(X^2) = 0,9$.
Найти вероятности p_1 , p_2 , p_3 , соответствующие возможным значениям x_1 , x_2 , x_3 .

Вариант № 13

1. Функция и плотность распределения системы двух случайных величин.
2. В партии из 10 деталей содержится три нестандартных. Наудачу отобраны две детали. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди двух отобранных.

3. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 2 | | 7 | 8 |
| n_i | 1 | 2 | 3 | 4 |

Вариант № 14

- Условные законы распределения.
- Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) :

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-x^2-y^2} & (x > 0, y > 0) \\ 0 & (x < 0 \text{ или } y < 0) \end{cases}$$

Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсии составляющих X и Y .

- Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n = 10$:

| | | | |
|-------|------|------|------|
| x_i | 1250 | 1270 | 1280 |
| n_i | 2 | 5 | 3 |

Вариант № 15

- Числовые характеристики системы двух случайных величин.
- Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

| | | | | |
|----------|----|----|---|----|
| варианта | 2 | 5 | 7 | 10 |
| x_i | | | | |
| Частота | 16 | 12 | 8 | 14 |
| n_i | | | | |

- Найти оценку средней.
- Задана

плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ x - 1/2, & 1 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Вариант № 16

- Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности.
- Две игральные кости одновременно бросают два раза. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений четного числа очков на двух игровых костях.
- Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

| | | | |
|-------|----|----|----|
| x_i | 1 | 4 | 6 |
| n_i | 10 | 15 | 25 |

Вариант № 17

1. Повторная и бесповторная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки.
2. Построить полигон частот по данному распределению выборки:

| | | | | |
|-------|---|----|---|----|
| x_i | 2 | 3 | 5 | 6 |
| n_i | 0 | 15 | 5 | 20 |

3. Задана двумерная плотность вероятности $f(x, y) = \frac{C}{(9 + x^2)(16 + y^2)}$ системы (X, Y) двух случайных величин. Найти постоянную C .

Вариант № 18

1. Эмпирическая функция и ее свойства. Полигон и гистограмма.
2. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки $n = 10$:

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 102 | 104 | 108 |
| n_i | 2 | 3 | 5 |

3. Плотность распределения непрерывной случайной величины X задана в интервале $(0, 1)$ равенством $f(x) = C \cdot \arctg x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти постоянный параметр C .

Вариант № 19

1. Оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
2. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. В каждой партии содержится пять изделий. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X – числа партий, в каждой из которых окажется ровно четыре стандартных изделия, – если проверке подлежит 50 партий.
3. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{x}_B = 14$ и объем выборки $n = 25$.

Вариант № 20

1. Генеральная средняя и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсии.
2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

| | | | | | | |
|----------|----|---|---|---|---|---|
| варианта | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| x_i | | | | | | |
| Частота | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| n_i | | | | | | |

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

3. По выборке объема $n = 51$ найдена смещенная оценка $D_B = 5$ генеральной совокупности. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

Вариант № 21

1. Точность оценки. Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения.
2. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 10$:

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 186 | 192 | 194 |
| n_i | 2 | 5 | 3 |

3. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) :

$$f(x, y) = \begin{cases} 36xye^{-x^2-y^2} & (x > 0, y > 0) \\ 0 & (x < 0 \text{ или } y < 0) \end{cases}$$

Найти математические ожидания и дисперсии составляющих.

Примерные тестовые задания для текущего контроля по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

ТЕСТЫ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ.

Вариант 1

| вопрос | Содержание вопроса | Ответ | Варианты ответов |
|--------|--|-------|---|
| 1 | Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число. | | 1) 0.5 |
| | | | 2) 0.6 |
| | | | 3) 0 |
| | | | 4) 0.3 |
| 2 | Пусть случайная величина X - число очков, выпавших при бросании одной игральной кости. Найти закон распределения сл. величины X . | | 1) X 1 2 3 4 5 6 P 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 |
| | | | 2) X 1 2 3 4 5 6 P 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 |
| | | | 3) X 1 2 3 4 5 6 P 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 1/5 |
| | | | 4) X 1 2 3 4 5 6 P 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 |
| 3 | В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0.95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0.7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки. | | 1) 0.85 |
| | | | 2) 0.5 |
| | | | 3) 0.95 |
| | | | 4) 1 |
| 4 | Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет ровно два раза. | | 1) 2/5 |
| | | | 2) 0.3 |
| | | | 3) 5/32 |
| | | | 4) 5/16 |
| 5 | Случайная величина X в интервале $(0,1)$ задана плотностью распределения | | 1) 2 |
| | | | 2) -3 |

| | | | | | | | | | | | |
|-------|--|-------|--|---|---|-------|---|---|---|--|---|
| | $f(x) = 2x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание величины X . | | 3) $1/3$ | | | | | | | | |
| | | | 4) $2/3$ | | | | | | | | |
| 6 | <p>Выборка задана в виде распределения частот:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>n_i</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>Найти распределение относительных частот.</p> | x_i | 2 | 5 | 7 | n_i | 1 | 3 | 6 | | <p>1) x_i 2 5 7 ω_i 1 3 6</p> <p>2) x_i 2 5 7 ω_i 0,1 0,3 0,6</p> <p>3) x_i 2 5 7 ω_i 0,3 0,1 0,6</p> <p>2) x_i 2 5 7 ω_i 0,6 0,1 0,3</p> |
| x_i | 2 | 5 | 7 | | | | | | | | |
| n_i | 1 | 3 | 6 | | | | | | | | |
| 7 | Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $ X - M(X) < 0,2$, если $D(X) = 0,004$. | | <p>1) $P(X - M(X) < 0,2) \geq 0,9$</p> <p>2) $P(X - M(X) < 0,2) \leq 0,9$</p> <p>3) $P(X - M(X) < 0,2) = 0,9$</p> <p>4) $P(X - M(X) < 0,2) \geq 0,004$</p> | | | | | | | | |

Вариант 2.

| Вопрос | Содержание вопроса | Ответ | Варианты ответов |
|--------|---|-------|---|
| 1 | Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал ее наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра. | | 1) 1 |
| | | | 2) 0 |
| | | | 3) 1/100 |
| | | | 4) 1/10 |
| 2 | Найти вероятность того, что при бросании одной игральной кости появиться четное или кратное трем число очков. | | 1) 2/3 |
| | | | 2) 3/2 |
| | | | 3) 1/5 |
| | | | 4) 1/3 |
| 3 | <p>Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X:</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}$ <p>Найти функцию распределения F(x).</p> | | 1) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}$ |
| | | | 2) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$ |
| | | | 3) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -\cos x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}$ |
| | | | 4) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -\sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|----------|--|---|---|---|-------|--|--|--|---|---------------|---|---|---|---|--|--|
| 4 | Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа появлений герба при двух бросаниях монеты. | | 1) X 0 1 2 P $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ 2) X 1 2 3 P $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ 3) X 0 1 2 P $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 4) X 0 1 2 P $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй- 20, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар. | | 1) 0.5 2) 0.3 3) 0.1 4) 0.9 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z=3X+2Y$, если известно, что $D(X)=5$, $D(Y)=6$. | | 1) 69 2) 59 3) 27 4) 15 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 4. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$: <table border="1" data-bbox="374 895 1167 1126"> <tbody> <tr> <td>варианта</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>x_i</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Частота n_i</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>8</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> Найти несмещенную оценку генеральной средней. | варианта | 2 | 5 | 7 | 1 | x_i | | | | 0 | Частота n_i | 6 | 2 | 8 | 4 | | 1) 28,8 2) 5,76 3) 0,76 4) 29 |
| варианта | 2 | 5 | 7 | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| x_i | | | | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| Частота n_i | 6 | 2 | 8 | 4 | | | | | | | | | | | | | | |

Вариант 3.

| Вопрос | Содержание вопроса | Ответ | Варианты ответов |
|--------|---|-------|------------------|
| 1 | Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное число двузначное число. | | 1) $1/2$ |
| | | | 2) $1/90$ |
| | | | 3) $1/100$ |
| | | | 4) $1/3$ |
| 2 | В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны семь человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины. | | 1) $1/2$ |
| | | | 2) $3/4$ |
| | | | 3) $3/10$ |
| | | | 4) $1/5$ |
| 3 | Найти дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения: X -5 2 3 4 P 0.4 0.3 0.1 0.2 | | 1) 13 |
| | | | 2) 0 |
| | | | 3) -15 |
| | | | 4) 15.21 |
| 4 | Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0.1; для легковой машины эта вероятность равна 0.2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина. | | 1) $3/5$ |
| | | | 2) $3/7$ |
| | | | 3) $1/6$ |
| | | | 4) $4/17$ |
| 5 | Случайная величина X задана функцией распределения | | 1) $1/3$ |
| | | | 2) $1/4$ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|-------|---|--|--|---|-------|---|---|---|---|--|---|
| | $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ (3/4)x + 3/4, & -1 < x \leq 1/3 \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$ <p>Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(0, 1/3)$</p> | | <p>3) $1/5$</p> <p>4) $1/6$</p> | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | <p>Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, распределенной равномерно в интервале $(2, 8)$.</p> | | <p>1) $M(X)=5,$ $D(X)=3.$</p> <p>2) $M(X)=2,$ $D(X)=8.$</p> <p>3) $M(X)=3,$ $D(X)=100/12$</p> <p>4) $M(X)=8,$ $D(X)=2.$</p> | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | <p>Выборка задана в виде распределения частот:</p> <table border="1" data-bbox="479 735 1111 970" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">x_i</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">n_i</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table> <p>Найти распределение относительных частот.</p> | | | 7 | 8 | 1 | x_i | 4 | | | 2 | n_i | 5 | 2 | 3 | 0 | | <p>1) x_i 4 7 8 12 ω_i 0,2 0,4 0,3 0,1</p> <p>2) x_i 4 7 8 12 ω_i 0,25 0,1 0,15 0,1</p> <p>3) x_i 4 7 8 12 ω_i 0,2 0,4 0,3 0,3</p> <p>4) x_i 4 7 8 12 ω_i 0,25 0,1 0,15 0,5</p> |
| | | 7 | 8 | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| x_i | 4 | | | 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| n_i | 5 | 2 | 3 | 0 | | | | | | | | | | | | | | |

Вариант 4.

| Вопрос | Содержание вопроса | Ответ | Варианты ответов |
|--------|--|-------|------------------|
| 1 | Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число. | | 1) 0,2 |
| | | | 2) 0,6 |
| | | | 3) 0,5 |
| | | | 4) 0,1 |
| 2 | В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые. | | 1) 1/2 |
| | | | 2) 1/10 |
| | | | 3) 3/10 |
| | | | 4) 1/5 |
| 3 | Найти дисперсию дискретной случайной величины X, заданной законом распределения: $\begin{array}{cccc} X & 5 & 7 & 10 & 15 \\ P & 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 \end{array}$ | | 1) 13 |
| | | | 2) 0 |
| | | | 3) -15 |
| | | | 4) 8 |
| 4 | Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin x, & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$ <p>Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале (-1, 1).</p> | | 1) 3/5 |
| | | | 2) 1/3 |
| | | | 3) 1/6 |
| | | | 4) 1/2 |
| 5 | Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной функцией распределения | | 1) 4 |
| | | | 2) 1/4 |

| | | | |
|---|---|--|-------------------------|
| | $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x/4, & 0 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$ | | 3) 2 |
| | | | 4) 1 |
| 6 | <p>Нормально распределенная случайная величина X задана плотностью</p> $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}$ <p>Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.</p> | | 1) M(X)=-1, D(X)=25. |
| | | | 2) M(X)=1, D(X)=25. |
| | | | 3) M(X)=1, D(X)=50 |
| | | | 4) M(X)=5, D(X)=50. |
| 7 | <p>По выборке объема $n = 41$ найдена смещенная оценка $D_B = 3$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.</p> | | 1) 38 |
| | | | 2) 44 |
| | | | 3) 3,075 |
| | | | 4) 123 |

Примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен)

по курсу

«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Понятие случайного события. Виды случайных событий: достоверные, невозможные, противоположные, несовместные, независимые, равновозможные, единственно возможные, благоприятствующие, элементарные. Полная группа событий.
2. Классическое определение вероятности. Применение элементов комбинаторики к решению вероятностных задач.
3. Статистические закономерности частотное определение вероятности.
4. Алгебра событий. Аксиоматические основы теории вероятностей.
5. Геометрическая вероятность. Вероятность как функция.
6. Теоремы сложения вероятностей.
7. Условные вероятности. Теоремы умножения вероятностей.
8. Полная вероятность. Формулы Байеса.
9. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
10. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
11. Случайные величины и их виды: дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
12. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия и их свойства.
13. Функция распределения непрерывной случайной величины, её свойства и график.
14. Плотность распределения, её свойства и график.
15. Примеры распределения непрерывной случайной величины: законы равномерного и нормального распределений.
16. Числовые характеристики непрерывной случайной величины и их свойства.
17. Понятие системы нескольких случайных величин. Закон распределения и плотность распределения системы двух случайных величин.
18. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
19. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
20. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
21. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки.
22. Эмпирическая функция и её свойства. Полигон и гистограмма.

23. Оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

Генеральная средняя и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсии.

24. Точность оценки. Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения.

5.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

Всего по дисциплине студент может набрать 100 баллов (или более с учетом бонусных баллов), из которых 20 баллов составляют баллы за посещаемость, 50 – за активность и 30 студент получает на зачете или на экзамене.

Всего по дисциплине предусмотрено два модуля. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, показатели (по посещению, активности, рубежного контроля) перемножаются на соответствующие коэффициенты. Данные коэффициенты определяются отдельно для каждого модуля следующим образом:

Коэффициент посещения - $K_{\text{посещ.}} = 10 / N_{\text{зан.}}$

Коэффициент активности - $K_{\text{актив.}} = 25 / N_{\text{актив.}}$

Где:

$N_{\text{зан.}}$ – количество занятий (пар) по дисциплине в данном модуле;

$N_{\text{актив.}}$ – максимальное количество баллов, которое может набрать студент на занятиях (практических, семинарских, лабораторных) в данном модуле + баллы, полученные на рубежном контроле.

Баллы, полученные студентами, заносятся в журнал БРС сразу после окончания занятия, во время которого эти баллы были получены.

Оценка на промежуточном контроле (зачет, экзамен) выставляется по результатам баллов, полученным студентом в сумме обоих модулей по следующей таблице

| Набранные студентом баллы | Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается экзаменом (зачетом с оценкой) | Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается зачетом |
|---------------------------|---|---|
| от 0 до 50 | неудовлетворительно | не зачтено |
| от 51 до 64 | удовлетворительно | зачтено |
| от 65 до 74 | хорошо | |
| от 75 до 100 | отлично | |

Для процедура оценивания используются тесты, контрольные работы.

Наиболее способным студентам преподаватель рекомендует специальную научную разработку отдельных тем и проблем курса в рамках работы кафедрального кружка студенческого научного общества с последующими выступлениями на ежегодных научных конференциях университета.

Тестирование: на практических занятиях реализуется **тестирование** студентов с целью контроля результатов их самостоятельной работы по усвоению основных понятий и тем курса.

Оценка работы с тестовыми заданиями:

0- 20 % правильных ответов оценивается как «неудовлетворительно»; 30-50% - «удовлетворительно»; 60-80% - «хорошо»; 80-100% – «отлично».

Система оценки ответа студента на зачете:

Оценка "незачтено" выставляется при незнании основных вопросов материала или при наличии грубых ошибок в ответах на них, неумении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

Оценка "зачтено" выставляется при достаточно полном знании материала учебной программы, отсутствии существенных неточностей при его изложении и в ответах на вопросы, умении решать практические задачи.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Владова, Е. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие для бакалавров / Е. В. Владова. — Ульяновск : Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, 2017. — 60 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/86326.html>
2. Логинов, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : сборник задач / В. А. Логинов. — Москва : Московская государственная академия водного транспорта, 2017. — 72 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/76719.htm>
3. Линейное программирование. Транспортная задача. Дискретная математика. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В. С. Альпина, Д. Н. Бикмухаметова, Л. В. Веселова [и др.]. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2017. — 84 с. — ISBN 978-5-7882-2189-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/79316.html>
4. Свешников А.А. С.24 Прикладные методы теории случайных функцийб Учебное пособие.3-е изд., стер.-СПб.: Издательство «Лань», 2011-464с.
5. А.Ю.Лапшин П.69 Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты): Учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань», 2010.-288с.
6. Туганбаев А.А.,Крупин В.Г. Т.81 Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. СПб.: Издательство «Лань»,2011.-224с.
7. Битнер Г.Г. Б.66 Теория вероятностей / Г.Г.Битнер.-Ростов н/Д: Феникс, 2012-329

8.2 Дополнительная литература.

1. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. М., 1984
2. Крамер Г. Математические методы статистики. М. 1975
3. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. М., 1963
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М.1984
5. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В. Сборник задач по математической статистике. М.1989
6. Савельев Л.Я. Комбинаторика и вероятность. "Наука", Сибирское отделение. Новосибирск, 1975

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

9. [tp://www.math.ru](http://www.math.ru) — математический сайт
10. [ht tp://window.edu.ru/window](http://window.edu.ru/window) — информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» с обширной библиотекой по основным разделам математики
11. [ht tp://www.exponenta.ru/](http://www.exponenta.ru/) - образовательный математический сайт

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Учебный материал дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» состоит из следующих разделов: 1) Случайные события, 2). Случайные величины, 3) Системы случайных величин, 4) ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ, 5). Математическая статистика

После изучения теоретического материала студент должен:

- Знать:**
- 1) основные понятия теории множеств, аксиоматический метод изложения теории вероятностей.
 - 2) основные положения теории вероятностей и математической статистики, аксиоматический метод, методы сбора и обработки информации.
 - 3) основные методы доказательства, и алгоритмы теории вероятностей.
 - 4) основные примеры математических моделей в теории вероятностей и математической статистике.

По окончании практического курса студент должен:

- овладеть основными методами решения задач.

Для успешного освоения учебного материала курса «Теория вероятностей и математическая статистика» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (Часть I – экзамен, часть II- экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- экзамен

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся

2. Компьютерное и мультимедийное оборудование ДГПУ.

3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.