

**МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ  
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1. В. 01. ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)**

**Направленность (профили) – Физика и Математика**

**Квалификация выпускника: Бакалавр**

**Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)**

**Махачкала**

**2021**

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цели и задачи освоения дисциплины
2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
5.	Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
5.1.	Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)
5.2.	Структура учебной дисциплины (модуля)
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
7	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)
7.1.	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы
7.2.	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
7.3.	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
7.4.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
8	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8.1.	Основная учебная литература
8.2.	Дополнительная учебная литература
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются:

- формирование знаний по элементам теории функции комплексного переменного необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;

### Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов элементов теории функции комплексного переменного;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать методы элементов теории функции комплексного переменного для решения теоретических и прикладных задач естественнонаучных дисциплин..

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО дисциплина «Теория функции комплексного переменного» направлена на формирование следующих компетенций:

Таблица 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

Код компетенции	Наименование компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-2	Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий

В результате изучения дисциплины « Теория функций комплексного переменного» студенты должны:

### Знать

Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формулу Муавра (возведение и извлечение корня). Основные элементарные функций комплексной переменной. Предел и непрерывность функции. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Степенные ряды, радиус и круг сходимости. Определение элементарных функций. Производную и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области. Производные основных элементарных

функций. Условие Коши – Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.

Комплексное интегрирование. Первообразную и неопределенный интеграл. Формулу Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ). Ряд и теорема Лорана. Вычет функции и основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

### Уметь

Применять условие Коши – Римана. Находить первообразную и неопределенный интеграл функции комплексной переменной. Вычислять определенный интеграл, пользуясь интегральной формулой Коши. Находить особые точки. Вычислять интегралы с помощью вычетов.

### Владеть

Базовыми идеями и методами «Теория функции комплексного переменного»

- Основными положениями классических разделов ТФКП.

### 3. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина Б1.В.01 «Теория функций комплексного переменного» входит в предметно-содержательный модуль: (профиль физика) часть, формируемая участниками образовательных отношений направления подготовки 44.03.05. Педагогическое образование, профили «Физика» и «Математика» (квалификация – «бакалавр») и изучается в 10 семестре.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

4. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов. 16 часов лек., 16 пр.з., 16 лб.р. и 60 сам.раб. «Теория функций комплексного переменного»

**(5курс10 семестр: зачет)**

Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы отражен в таблице 2.

Таблица 2.

Форма обучения	Трудоемкость	Виды учебной работы					
		Лекции/ в том числе практ. направ	Практические занятия/ в том числе практ. направ	Лабораторные занятия/ в том числе практ. направ	Промеж уточные и контроль	СРС	Форма аттестации
Очная 10сем.	108	16/10	16/10	16/10		60	зачет
Заочная 10	108	4/2	4/2	4/2		96	зачет

сем.							
------	--	--	--	--	--	--	--

Наименование тем	Аудиторная работа (в часах)				Самостоятельная работа (в часах)
	Лек ции	пра ктические	про межуточ ный	Ито говый контроль	
1	3		5	6	7
<i>Тема 1</i> Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость, сфера Римана.	<b>Модуль I</b>				
<i>Тема 2</i> Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из $\mathbb{C}$ в $\mathbb{C}$ . Однолистные и обратные функции. Примеры комплексных функций: $W = az + b$ , $W = \frac{az + b}{cz + d}$ , $W = P_n(z)$ , $W = \frac{P_m(z)}{P_n(z)}$ , $W = \log z$ , $W = z^\alpha$ , $W = \sin z$ , $W = \cos z$ , и т.д.					
<i>Тема 3.</i> Предел функции и его основные свойства. Непрерывность и равномерная непрерывность функции.					
<i>Тема 4</i> Последовательности и ряды комплексных чисел, их сходимости. Критерий сходимости. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Равномерная сходимость.					

<p style="text-align: center;"><i>Тема 5</i></p> <p>Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Достаточный признак сходимости. Теорема о непрерывности суммы ряда.</p>					
<p style="text-align: center;"><i>Тема 6</i></p> <p>Степенные ряды, радиус и круг сходимости. Теорема Абеля и ее следствия. Формулы вычисления радиуса сходимости (Коши, Даламбера, Коши – Адимара). Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.</p>					
<p style="text-align: center;"><i>Тема 7</i></p> <p>Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области, правило вычисления производной. Теорема о дифференцируемости степенных рядов и производные функции <math>e^z</math>, <math>\sin z</math>, <math>\cos z</math>.</p>					
<p style="text-align: center;"><i>Тема 8</i></p> <p>Производные основных элементарных функций. Необходимое и достаточное условие аналитичности функции. Условие Коши – Римана формулы нахождения производной.</p>					
<p style="text-align: center;"><i>Тема 9</i></p> <p>Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.</p> <p>Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.</p>					
<b>Всего за модуль 1</b>					
<b>1</b>					
<i>Тема 1.</i>					

<p>Комплексное интегрирование и его свойства. Вычисление комплексного интеграла, пример: <math>\int_{ z =z} z^\alpha dz</math>. Теорема Коши для односвязной многосвязной областей и их следствия.</p>					
<p><i>Тема 2.</i> Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона Лейбница. Интегральное определение логарифмической функции.</p>					
<p><i>Тема 3.</i> Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции и формула вычисления производной <math>n</math> – го порядка.</p>					
<p><i>Тема 4.</i> Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Теорема Морера. Ряды аналитических функций и их дифференцируемость и интегрируемость.</p>					
<p><i>Тема 5.</i> Теорема Тейлора, ряд и коэффициенты Тейлора. Теорема единственности аналитической функции. Понятие аналитического продолжения.</p>					
<p><i>Тема 6</i> Ряд и теорема Лорана. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки <math>z = \infty</math>.</p>					
<p><i>Тема 7</i> Классификация изолированных особых точек. Нули и полюсы. Теорема Сахоцкого и Пикара. Целая и мероморфные функции.</p>					
<p><i>Тема 8</i> Вычет аналитической функции, основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов относительно полюса, вычисление определенных интегралов действительных функций с помощью вычетов.</p>					

<b>Всего за модуль II</b>					
<b>Итого за семестр</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>60</b>

**6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

**Учебно-методическая карта изучения дисциплинарных модулей.**

Семес тр	Тема лекции и план	КОЛ. час	Практические занятия	КОЛ. час	Сам остоятельна я работа	КОЛ. час	Ли т-ра
	<b>2</b>		<b>4</b>		<b>6</b>		<b>8</b>
<b>МОДУЛЬ 1.</b>							
	<b>Тема. Поле комплексных чисел.</b> 1. Модуль и аргумент комплексного числа. 2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. 3. Расширенная комплексная плоскость, сфера Римана.	2	<b>Практическое занятие № 1.</b> Формы записи комплексного числа, линии и области в комплексной плоскости. Последовательности, функции и отображения. К. №1; Д. №2664, №2676; К. №48а, 49а, 50а;	2	Повторить аудиторное задание с аналогичными примерами, выбираемыми самостоятельно.		
	<b>Тема. Линии и области в комплексной плоскости.</b> 1. Окрестности, области. 2. Функции и отображения из $C$ в $C$ . 3. Примеры комплексных функций: $W = az + b$ , $W = \frac{az + b}{cz + d}$ , $W = \frac{P_m(z)}{P_n(z)}$ , $W = \log z$ , $W = z^\alpha$ , $W = \sin z$ , $W = \cos z$ , и т.д.	1	<b>Практическое занятие № 2.</b> Найти образ квадрата $0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1$ , $0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$ при отображении $W = 2z + 1$ . Д. №2677 – 2694 ; К 51 (д)	1	Повторить аудиторное задание с аналогичными примерами, выбираемыми самостоятельно.		, 2,3,4,5 ,6
	<b>Тема: Предел функции и его основные свойства.</b> Непрерывность и равномерная непрерывность функции	1	Практическое занятие № 3. Предел, непрерывность, последовательности и ряды, степенные ряды. Д. №№ 2713, 2716, 2717, 2699, 2700, 2702, 2704, 2734, 2735, 2730.	1	Д. №№ 2714, 2715, 2697, 2698, 2708, 2710, 2729, 2731, 2732.		1, 2,3,4 ,5,6
	<b>Тема: Последовательности и</b>		Практическое занятие №4. Основные элементарные		Д. №№ 2743, 2745, 2746,		

	<p><b>ряды комплексных чисел, их сходимости. 1.</b> Критерий сходимости.  <b>2.</b>Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.  <b>3.</b>Равномерная сходимоть.</p>	1	<p>функции и их отображения.  К. № 52 (б, в, д). Д. №№ 2740, 2746, 2748.</p>	2	2748.		, 2,3,4,5,6
	<p><b>Тема: Степенные ряды, радиус и круг сходимости.</b>  <b>1.</b>Теорема Абеля и ее следствия.  <b>2.</b>Формулы вычисления радиуса сходимости (Коши, Даламбера, Коши – Адимара). <b>3.</b>Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.</p>	2	<p>Практическое занятие № 5.  Степенной ряд. Радиус и круг сходимости.  К. стр.49, № 4, № 146, 148, 149, 152, 156;  Д. № 2734, 2735.</p>	2	Д. № 2729, 2730, 2731, 2732, 2733, 2736.		, 2,3,4,5,6
	<p><b>Тема: Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области.</b> <b>1.</b>Многогенность и аналитичность функции комплексного переменного.  <b>2.</b>Производные основных элементарных функций.  <b>3.</b> Условие Коши – Римана.</p>	2	<p><b>Практическое занятие № 6</b>  Производная функции комплексной переменной. Условие Коши – Римана.  К. №№ 69 (а, б, е), 70, 78 (а, в), 81 (а, в), 369, 378.</p>	2	Д. №№ 2756, 2759, 2761. К. №№ 78 (б, д),		, 2,3,4,5,6
	<p><b>Тема: Геометрический смысл модуля и аргумента производной .</b>  <b>1.</b>Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.  <b>2.</b>Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.</p>	2	<p><b>Практическое занятие № 7,8</b>  Геометрический смысл модуля и аргумента. Конформное отображение.  К. стр. 28 №82 (а, б), 369, 377, 78 (б,д) .  Д.2759,2760,2761,</p>	2	К. 81 (б), 82 (в, г), 370. Повторить аудиторное задание с аналогичными примерами, выбираемыми самостоятельно.		, 2,3,4,5,6

**Контрольная работа № 1**

Семес тр	Тема лекции и план	кол. час	Практические занятия	кол. час	Самосто ятельная работа	кол. час	ит-ра
	<b>2</b>		<b>4</b>		<b>6</b>		<b>8</b>

**МОДУЛЬ 2.**

.	<p><b>Тема: Комплексное интегрирование и его свойства.</b>                      1.Вычисление комплексного интеграла, пример: <math>\int_{ z =z} z^\alpha dz</math>.                      2.Теорема Коши для односвязной многосвязной областей и их следствия.                      3.Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона Лейбница. 4.Интегральное определение логарифмической функции.</p>	4	<p><b>Практическое занятие № 9,10</b>                      Комплексное интегрирование.                      К. стр 33 –34, №1,2,3; №89, 92; стр.35, №4,5; №90, 96.</p>	4	<p>Д.                      №2770, 2772; К. № 93, 94, 98, 103, 106.</p>		1, 2,3,4,5,6
..	<p><b>Тема: Интегральная формула Коши.</b>                      1.Бесконечная дифференцируемость аналитической функции и формула вычисления производной n – го порядка.                      2.Теорема Лиувилля.</p>	2	<p><b>Практическое занятие № 11.</b>                      Интегральная формула Коши.                      К. стр.40 № 1,2, 116, 118;                      Д. № 2779 – 2783 .</p>	2	<p>К.                      №119, 121, 122.</p>		1, 2,3,4,5,6
0.	<p><b>Тема: Обобщенная интегральная формула Коши.</b>                      1.Основная теорема алгебры.                      2. Теорема Морера.                      3.Ряды аналитических функций и их дифференцируемость и интегрируемость.</p>	4	<p><b>Практическое занятие № 12, 13.</b>                      Обобщенная интегральная формула Коши.                      К. стр. 44, № 3, 126, 128,130.                      Д. №2784 – 2787.</p>	4	<p>К.                      №127, 133, 134.</p>		1, 2,3,4,5,6
1.	<p><b>Тема: Теорема Тейлора, ряд и коэффициенты Тейлора.</b>                      1.Теорема единственности аналитической функции.</p>	2	<p><b>Практическое занятие № 14.</b>                      Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки и их классификация.</p>	2	<p>Д. № 2788, 2790, 2836, 2843, 2845, 2849.</p>		1, 2,3,4,5,6

	2. Понятие аналитического продолжения.		К. стр. 50, № 5, 6; 158, 160, 164; Д. №2789, 2795, 2823, 2830, 2837, 2842, 2850.				
<b>Контрольная работа № 2</b>							
2.	<b>Тема: Ряд и теорема Лорана.</b> Классификация изолированных особых точек. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки $z = \infty$ .	4	<b>Практическое занятие № 15, 16.</b> Вычеты аналитической функции и их вычисление. Д. № 2873, 2878, 2880, 2884, 2890.	4	Д.№ 2874, 2879, 2882, 2891.		1, 2,3,4,5,6
0.	<b>Тема: Вычет аналитической функции, основные теоремы о вычетах.</b> Простые способы вычисления вычетов относительно полюса, вычисление определенных интегралов действительных функций с помощью вычетов.	2	<b>Практическое занятие № 17.</b> Применение теории вычетов, к вычислению интегралов. Д. № 2892, 2898, 2900, 2904.	2	Д.№ 2891, 2893, 2897, 2899, 2901.		1, 2,3,4,5,6
<b>Контрольная работа № 3</b>							

## 5. 1. Содержание (дидактика) дисциплины.

### РАЗДЕЛ 1

Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Действия над комплексными числами.

Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра (возведение и извлечение корня). Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.

Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ . Однолистные и обратные функции. Основные элементарные функций комплексной переменной.

Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Равномерная сходимости. Достаточный признак равномерной сходимости.

Степенные ряды, радиус и круг сходимости. Формула Коши – Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.

Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области. Многогенность и аналитичность функции комплексного переменного. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.

Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.

Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.

### РАЗДЕЛ 2.

Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.

Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.

Теорема и ряд Тейлора. Единственность аналитической функции, понятие аналитическое продолжение функции.

Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ). Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара. Целая и мероморфная функция.

Вычет функции и основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

## 5.2.. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.3. Лекции

	<i>Тема лекции</i>	
1		
1.1	Поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость, сфера Римана.	
1.2	Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из $\mathbb{C}$ в $\mathbb{C}$ . Однолистные и обратные функции.	
1.3	Предел функции и его основные свойства. Непрерывность и равномерная непрерывность функции.	
2.1	Последовательности и ряды комплексных чисел, их сходимости. Критерий сходимости. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости. Равномерная сходимоть.	
2.2	Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Достаточный признак сходимости. Теорема о непрерывности суммы ряда.	
2.3	Степенные ряды, радиус и круг сходимости. Теорема Абеля и ее следствия. Формулы вычисления радиуса сходимости (Коши, Даламбера, Коши – Адимара). Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	
3.1	Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области, правило вычисления производной. Теорема о дифференцируемости степенных рядов и производные функции $e^z$ , $\sin z$ , $\cos z$ .	
3.2	Производные основных элементарных функций. Необходимое и достаточное условие аналитичности функции. Условие Коши – Римана формулы нахождения производной.	

3.3	Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения и ее связь с школьным курсом математики.	
4.1	Комплексное интегрирование и его свойства. Вычисление комплексного интеграла, пример: $\int_{ z =z} z^\alpha dz$ . Теорема Коши для односвязной многосвязной областей и их следствия.	
4.2	Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона Лейбница. Интегральное определение логарифмической функции.	
4.3	Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции и формула вычисления производной $n$ – го порядка.	
4.4	Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Теорема Морера. Ряды аналитических функций и их дифференцируемость и интегрируемость.	
5.1	Теорема Тейлора, ряд и коэффициенты Тейлора. Теорема единственности аналитической функции. Понятие аналитического продолжения.	
5.2	Ряд и теорема Лорана. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки $z = \infty$ .	
5.3	Классификация изолированных особых точек. Нули и полюсы. Теорема Сахоцкого и Пикара. Целая и мероморфные функции.	
5.4	Вычет аналитической функции, основные теоремы о вычетах. Простые способы вычисления вычетов относительно полюса, вычисление определенных интегралов действительных функций с помощью вычетов.	

### Практические занятия

1.1	Формы записи комплексного числа, линии и области в комплексной плоскости. Последовательности, функции и отображения.	
1.2	Найти образ квадрата $0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$ при отображении $W = 2z + 1$ .	
1.3	Предел, непрерывность, последовательности и ряды, степенные ряды.	
1.4	Основные элементарные функции и их отображения.	

2.1.	Степенной ряд. Радиус и круг сходимости.	
3.1	Производная функции комплексной переменной. Условие Коши – Римана.	
3.2	Геометрический смысл модуля и аргумента. Конформное отображение.	
4.1	Комплексное интегрирование.	
4.2	Интегральная формула Коши.	
4.3	Обобщенная интегральная формула Коши.	
5.1	Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки и их классификация.	
5.2	Вычеты аналитической функции и их вычисление.	
5.3	Применение теории вычетов, к вычислению интегралов.	

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция	Этапы формирования	Процедура оценивания
1	2	3
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p><b>Знать:</b> базисные понятия основных разделов математики и их внутриспредметные связи.</p> <p><b>Уметь:</b> установить логические связи между основными понятиями и свойствами методических объектов, построить модели математических структур на основе формул логики высказываний и предикатов.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками применения построенных математических моделей для решения задач практики.</p>	Устный опрос, тестирование, контрольная работа
ПК-2 - Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий	<p><b>Знать:</b> особенности математического понятийного мышления и их связь со структурами познания, основные методы доказательства и алгоритмы решения стандартных задач по математической логике.</p> <p><b>Уметь:</b> анализировать решения стандартных математических задач.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками проведения доказательных рассуждений, решения стандартных задач по математическим дисциплинам.</p>	Устный опрос, тестирование, контрольная работа

### 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Показатели (что обучающийся)	Оценочная шкала
------------------------------	-----------------

должен продемонстрировать)	удовлетворительн о	хорошо	отлично
<p><b>Знать:</b> осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации</p> <p><b>Уметь:</b> решать практические задачи.</p> <p><b>Владеть:</b> применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	Знает основные понятия и их свойства, но при решении задач допускает грубые ошибки и неточности в преобразованиях формул	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. Показывает примерный уровень сформированности компетенций	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы. Решает задачи различных уровней трудности, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонним навыком и приемами выполнения практического задания, показывает должный уровень сформированности компетенции

**ПК-2** Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
	удовлетворительн о	хорошо	отлично
<p><b>Знает:</b> осуществить обучение учебному предмету, на основе использования современных предметно-методических подходов.</p> <p><b>Умеет:</b> на основе теоретических знаний решать практические задачи.</p> <p><b>Владеет:</b> использования современных предметно-методических подходов</p>	Знает основные понятия и их свойства, но при решении задач допускает грубые ошибки и неточности в преобразованиях формул	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. Показывает примерный уровень сформированности компетенций	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы. Решает задачи различных уровней трудности, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонним навыком и приемами выполнения практического задания, показывает должный уровень сформированности компетенции

**7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### Контрольная работа № 1

I. Представить в разных формах записи и изобразить на комплексной плоскости:

$$1) z = \frac{1+i}{1-i}; \quad 2) z = \sqrt[3]{i}; \quad 3) z = (1-i\sqrt{3})^3; \quad 4) z = (1+2i)(2+i).$$

II. Найти множество точек на плоскости комплексной переменной  $z$ , удовлетворяющих условию:

$$1) \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1; \quad 2) 1 \leq |z+2+i| \leq 2; \quad 3) \operatorname{Im} z^{-2} < 1; \quad 4) \operatorname{Re} z^2 = 1.$$

III. Найти действительную и мнимую части следующих функций:  
 1)  $W = z^2 + 2i$ ; 2)  $W = \frac{z+i}{z-i}$ ; 3)  $W = \bar{z}^2 + |z|^2$ ; 4)  $W = z^2 \operatorname{Re} z$ .

IV. Существуют ли пределы в точке  $z = 0$  следующих функций?

$$1) f(z) = \frac{\bar{z}}{z}; \quad 2) f(z) = \frac{|z|}{z}; \quad 3) f(z) = \frac{\operatorname{Re} z}{z}; \quad 4) f(z) = \frac{\operatorname{Im} z}{z}.$$

V. Исследовать на непрерывность следующие функции:

$$1) f(z) = |z|^2 z; \quad 2) f(z) = \operatorname{Re} z + iz; \quad 3) f(z) = \frac{z}{z^2 + 4}; \quad 4) f(z) = \bar{z}^2.$$

VI. Найти радиус и круг сходимости ряда:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^n}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)z^n; \quad 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2 + 1} z^n.$$

### Контрольная работа № 2

I. Найти:

$$1) e^i; \quad 2) \left| \cos i \frac{\pi}{2} \right|; \quad 3) \ln(-1); \quad 4) i^i.$$

II. Определить множество точек комплексной плоскости, в которых функция  $f(z)$  дифференцируема, вычислить производную  $f'(z)$  и выяснить аналитичность  $f(z)$  на этом множестве:

$$1) f(z) = z^2 + i|z|^2; \quad 2) f(z) = \operatorname{tgy} - i \operatorname{tgx}; \quad 3) f(z) = |z| \operatorname{Im} z; \quad 4) f(z) = \cos z + 2i$$

III. Выяснить, во что преобразуется множество  $D$  плоскости  $Z$  при отображении, осуществляемой функцией  $W = U + iV$ . Изобразить  $D$  на плоскости  $Z$  и ее образ  $Q$  на плоскости  $W$ . Найти коэффициент искажения масштаба и угол поворота при этом отображении.

IV.

$$1) D = \{Z : |x| < 2, |y| < 2\}, \quad W = iZ + 3;$$

$$2) D = \{Z : x^2 + y^2 < 1, x > 0\}, \quad W = 4Z + 3i;$$

$$3) D = \left\{Z : 0 < y < \frac{\pi}{4}, x < 0\right\}, \quad W = 3Z + i;$$

$$4) D = \{Z : x > 0, y > 0\}, \quad W = iZ + 2.$$

### Контрольная работа № 3

I. Вычислить интеграл функции  $f(z)$  по контуру  $\ell$ .

$$1) \int_{\ell} \operatorname{Re} z dz, \quad \ell = \{Z : \operatorname{Im} z = \operatorname{Re} z - 2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 2\};$$

$$2) \int_{\ell} z^2 dz, \quad \ell = \{Z : \operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 1\}$$

$$3) \int_{\ell} z \operatorname{Im} z^2 dz, \quad \ell = \{Z : |z| = 1, -\pi \leq \arg z \leq 0\}$$

$$4) \int_{\ell} \cos z dz, \quad \ell - \text{отрезок прямой, соединяющий точки } z_1 = \frac{\pi}{2}, z_2 = \pi + i.$$

II. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл:

$$1) \int_{|z|=1} \frac{shz}{z-2} dz; \quad 2) \int_{|z|=2} \frac{chz}{z-i} dz; \quad 3) \int_{|z-2|=1} \frac{e^{iz}}{z(2-z)^3} dz; \quad 4) \int_{|z-1|=2} \frac{dz}{z^2 - 6z + 4};$$

III. Найти вычеты функции  $f(z)$  в ее особых точках:

$$1) f(z) = \frac{tgz}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}, \quad 2) f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}, \quad 3) f(z) = \frac{z^2}{(z-1)^2}, \quad 4) f(z) = tgz.$$

V. Вычислить интегралы:

$$1) \int_{|z|=16} \frac{z+1}{z^2-2z-3} dz; \quad 2) \int_{|z|=1} \frac{1-\cos z}{z^2} dz; \quad 3) \int_{|z|=2} tgz dz; \quad 4) \int_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz.$$

*Экзаменационные вопросы по курсу*

### **«Элементы теории функций комплексного переменного»**

1. Поле  $\mathbb{C}$  комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Алгебраическая, тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра.
4. Расширенная проекция и расширенная комплексная плоскость.
5. Окрестности, односвязные и многосвязные области комплексной плоскости. Функции и отображения из  $\mathbb{C}$  в  $\mathbb{C}$ .
6. Однолистные и обратные функции.
7. Основные элементарные функций комплексной переменной.
8. Предел непрерывность и равномерная непрерывность функции.
9. Последовательности и ряды комплексных чисел.
10. Функциональные последовательности, ряды, их область сходимости.
11. Равномерная сходимость. Достаточный признак равномерной сходимости.
12. Степенные ряды, радиус и круг сходимости.
13. Формула Коши – Адамара.
14. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
15. Производная и дифференциал функции комплексного переменного, аналитичность в точке и в области.
16. Многогенность и аналитичность функции комплексного переменного.
17. Производные основных элементарных функций. Условие Коши – Римана.
18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.
19. Понятие конформное отображение; конформность линейного отображения.
20. Комплексное интегрирование. Теорема Коши и ее следствия.
21. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
22. Интегральная формула Коши.
23. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
24. Теоремы Лиувилля и Морера. Основная теорема алгебры.
25. Дифференцируемость и интегрируемость рядов аналитических функций.
26. Теорема и ряд Тейлора. Единственность аналитической функции.
27. Особые точки. Изолированные особые точки (ИОТ).
28. Ряд и теорема Лорана. Классификация ИОТ.
29. Нули и полюсы. Теорема Сохоцкого и Пикара.
30. Целая и мероморфная функция.
31. Вычет функции и основные теоремы о вычетах.
32. Простые способы вычисления вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) «Элементы теории функций комплексного переменного»**

#### **8.1. ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Шабунин М.И. Ш12 Сборник задач по теории функций комплексного переменного /М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И.Карлов.-2-2 изд.-М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.-362с.
2. И.М.Петрушенко.К93 Курс высшей математики. Теория функции комплексной переменной. Лекции и практикум. Учебное пособие/Под общ.ред. И.,М.Петрушко.-СПб. «Лань», 2010.- 368с.
3. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, Лаборатория Базовых Знаний, 2016. — 301 с. — ISBN 978-5-93208-209-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/88998.html>
4. Бернштейн, Т. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Т. В. Бернштейн, Д. А. Прокудин. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 64 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/78153.html>

Соколенко, Е. В. Теория функций комплексных переменных. Операционное исчисление : учебное пособие / Е. В. Соколенко. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 199

## 8.2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного, М., «Наука», 1969г.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, М., «Наука», 1984г.
3. Зайнулабидов М.М. Теория аналитических функций. Мет. Пособие, Махачкала, 1988.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций, М., «Наука», 1978г.
5. Давыдов Н.А., Коровкин П.Н., Никольский В.А. Сборник задач по математическому анализу, М., Просвещение, 1973г.
6. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функция комплексного переменного и др., М., «Наука», 1971г.
7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Санкт – Петербург, издательство «Профессия», 2003г.

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 2) Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
- 3) Мир математических уравнений  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
- 4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalysis/mathanalysis30/mathanalysis.htm>
- 5) Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)
- 6) [Www.mathedu.ru](http://www.mathedu.ru)
- 7) [www.libgen.info](http://www.libgen.info)

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

### *После изучения теоретического материала* «**Элементы теории функций комплексного переменного**»

студенты должны:

**Знать:** основные понятия комплексного анализа, основы теории аналитических функций.

**Уметь:** проводить исследования связанные с понятиями и утверждениями дисциплины.

**Владеть:** основными положениями классических разделов ТФКП.

Для успешного освоения учебного материала курса «**Элементы теории функций комплексного переменного**» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

*Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.*

*Текущий контроль:*

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

*Промежуточный контроль:*

- Контрольная работа по курсу

*Итоговый контроль:*

-зачет

**11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся

2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.

3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.