МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
____
«__» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.01. Теория функций действительного переменного

Направление подготовки - 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили) – Математика и Информатика

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма и сроки обучения – очная (5 лет), заочная (5 л. 6 м.)

Махачкала
2021

Шихшинатова М.М. Рабочая программа дисциплины
«**Теория функций действительного переменного**».
– Махачкала: ДГПУ, 2021. 26 с.

Программа утверждена на заседаниях:

кафедры: высшей математики *(протокол №6 от « 20 » января 2021 г.)*

Зав. кафедрой: Гаджимурадов М.А., к.ф.-м.н., профессор ___________

Учёного совета факультета МФиИ *(протокол № 8 от «20 » апреля 2021 г.)*

Председатель _Бакмаев А.Ш., к.п.н., доцент ______________

учебно-методического совета ДГПУ *(протокол №3 от «31 » мая 2021 г.)*
Председатель УМС: ___________

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория функций действительного переменного» являются:

1. Формирование систематических знаний о методах теории функций действительного переменного, её месте и роли в системе математического образования среднего уровня.

- развитие логического мышления и математической культуры;

Задачи дисциплины **Знать:** 1) основные понятия и положения теории Лебега.
2) основные методы доказательства, и алгоритмы ТФДП.

- использовать основные знания классических разделов математики, и алгоритмы ТФДП.
- Формировать навыки и решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- уметь применить основные алгоритмы ТФДП во всех разделах математического знания.
- владеть навыками математического моделирования при решении практических задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО дисциплина «Теория функций действительного переменного» направлена на формирование следующих компетенций:

Таблица 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

Код компетенци и	Наименование компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-5	Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.

В результате изучения дисциплины ««Теория функций действительного переменного»» студенты должны:

Знать: 1) основные понятия и положения теории Лебега.
2) основные методы доказательства,
и алгоритмы ТФДП.

Уметь: 1) использовать основные знания классических разделов математики,
2) применять основные методы теории интеграла Лебега.
3)строить примеры математических моделей в теории интеграла Лебега.

Владеть: 1) основными положениями классических разделов ТФДП.
2) навыками применения основных алгоритмов ТФДП во всех разделах математического знания.
навыками математического моделирования при решении практических задач.

3.Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» входит в предметно-содержательный модуль: (профиль математика) часть, формируемая участниками образовательных отношений направления подготовки 44.03.05. *Педагогическое образование,* профили «Математика» и «Информатика» (квалификация – «бакалавр») – Б1.В.01. и изучается в 8 семестре.

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Знания, полученные при изучении данной дисциплины, необходимы в дальнейшем при применении основных алгоритмов ТФДП во всех разделах математического знания др.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины ««Теория функций действительного переменного»» составляет 72 часа. 16 часов лек. , 16пр.з. и 40.сам.раб

(2 зачетных единиц).

Объем контактной работы обучающихся с преподавателем по дисциплине (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся очной формы отражен в таблице

Форма обучения	**Трудоемкость**	**Виды учебной работы**					
		Лекции/ *в том числе практ. направ*	**Практические занятия/** *в том числе практ. направ*	**Лабораторные занятия**	**Промежуточный контроль**	**СРС**	**Форма аттестации**
Очная 8 сем	**72**	**16/10**	**16/10**			**40**	**зачет**
Заочная 8сем	**72**	**4/2**	**4/2**			**64**	**зачет**

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание разделов учебной дисциплины (модуля)

РАЗДЕЛ 1. Элементы теории множеств.

Понятие множество. Счетные и несчетные множества. Эквивалентность множеств. Мощность множества.

РАЗДЕЛ 2. Метрические пространства.

Понятие метрического пространства. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Полнота метрических пространств. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических пространствах.

РАЗДЕЛ 3. Линейные пространства.

Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость. Линейные функционалы. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Теорема Хана−Банаха.

РАЗДЕЛ 4. Нормированные пространства.

Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутые ортогональные системы. Полные евклидовы пространства. Терема Рисса-Фишера.

РАЗДЕЛ 5. Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах. Линейные функционалы на нормированных пространствах. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Линейные операторы.

МОДУЛЬ II. МЕРА, ИЗМЕРИМЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕГРАЛ.

РАЗДЕЛ 6. Мера плоских множеств.

Мера элементарных множеств. Лебегова мера плоских множеств. Аддитивность и $\sigma-$аддитивность меры.

РАЗДЕЛ 7. Измеримые множества.

Определение и основные свойства измеримых функций. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность. Сходимость почти всюду. Сходимость по мере. Теорема Егорова.

РАЗДЕЛ 8. Интеграл Лебега.

Определение интеграла Лебега. Основные свойства интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

5.2. Структура учебной дисциплины (модуля)

Структура дисциплины по темам отражена в таблицах 6-9

Таблица 6. Структура учебной дисциплины (модуля) для очной формы обучения

Тема (раздел) дисциплины	**Итого**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах)**				
		ЛК	**ПЗ**	**ЛР**	**КСР**	**Сам. раб.**
6 семестр						
РАЗДЕЛ 1. Элементы теории множеств.		2	2			4
РАЗДЕЛ 2. Метрические пространства.		2	2			6
РАЗДЕЛ 3. Линейные пространства.		2	2			6
РАЗДЕЛ 4. Нормированные пространства.		2	2			4
РАЗДЕЛ 5. Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.		2	2			6
РАЗДЕЛ 6. Мера плоских множеств.		2	2			4
РАЗДЕЛ 7. Измеримые множества.		2	2			4
РАЗДЕЛ 8. Интеграл Лебега.		2	2			6

Таблица 7. Структура учебной дисциплины (модуля) для заочной формы обучения

Тема (раздел) дисциплины	**Итого**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость (в часах)**

		ЛК	ПЗ	ЛР	КСР	Сам. Раб.
6семестр						
РАЗДЕЛ 1. Элементы теории множеств.						
РАЗДЕЛ 2. Метрические пространства.						
РАЗДЕЛ 3. Линейные пространства.						
РАЗДЕЛ 4. Нормированные пространства.						
РАЗДЕЛ 5. Линейные функционалы и линейные операторы в нормированных пространствах.						
РАЗДЕЛ 6. Мера плоских множеств.						
РАЗДЕЛ 7. Измеримые множества.						
РАЗДЕЛ 8. Интеграл Лебега.						
Всего за семестр		**4**	**4**			**64**

Целью практических и семинарских занятий является контроль усвоения студентами теоретического материала по дисциплине, а также привитие навыков и умений применения полученных знаний при решении экономических задач.

Применяемые технологии при проведении практического занятия:
- ознакомление студентов с целью и задачами занятия;
- фронтальный опрос;
- решение практических задач;
- тестирование по теме;
- выполнение контрольных работ;
- подготовка и защита рефератов по отдельным темам;
- подведение итогов и оценка знаний студентов.

Темы практических и/или семинарских занятий

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК
1.	1	**Тема: Элементы теории множеств.** 1. Множества. Счетные и несчетные множества. 2. Эквивалентность. Мощность множества.	2	УК-1,ПК-5
2.	2	**Тема: Метрические пространства.** 1.Определение и примеры МП. 2.Предельные точки. Замыкание. 3. Сходимость. Открытые и замкнутые 4. Определение и примеры полных	2	УК-1,ПК-5

3.	3	**Тема: Линейные пространства (ЛП).** 1. Определение и примеры ЛП. 2. Линейная зависимость. Подпространства 3. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Теорема Хана-Банаха.	2	УК-1,ПК-5
4.	4	**Тема: Нормированные пространства (НП)** 1. Определение и примеры НП. 2. Линейные функционалы и операторы.	2	УК-1,ПК-5
5.	5	**Тема: Евклидовы пространства (ЕП)** 1. Определение и примеры евклидовых пр-в 2. Евклидово пространство как нормир-е 3. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля 4. Замкнутые ортогональные системы. 5. Полные евклидовы пространства	2	УК-1,ПК-5
6.	6	***Тема:* Мера плоских множеств** 1.Мера элементарных множеств. 2. Лебегова мера плоских множеств. 3. Аддитивность и $\sigma-$аддитивность меры.	2	УК-1,ПК-5
7	7	***Тема:* Измеримые функции** 1.Определение и основные свойства измеримых функций. 2. Действия над измеримыми функциями. 3. Эквивалентность. Сходимость почти всюду.	2	УК-1,ПК-5
8	8	***Тема:* Интеграл Лебега** 1. Определение интеграла Лебега. 2.Основные свойства интеграла Лебега. 3. Предельный переход под знаком интеграла. 4. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.	2	УК-1,ПК-5

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Таблица 6.

Содержание самостоятельной работы по разделам и темам дисциплины

Темы (вопросы) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
Подготовить теор-ю часть по теме: «Метр-е пространства»	проработка учебного материала, подготовка и защита рефератов, работа с тестами и заданиями.
Решение задач по темам: «**Метрические пространства**». Подготовить теоретическую часть по теме: «Полные метрические пространства»	проработка учебного материала, решение задач, контрольные работы, подготовка и защита реферата, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Решение задач по теме: «**Линейные пространства**» Подготовить теоретическую часть по теме: «Нормир-е пространства»	проработка учебного материала, подготовка рефератов и докладов к участию в тематических дискуссиях, работа с тестами и заданиями.
Решение задач по теме: «**Нормированные пространства**» Подготовить теоретическую часть по теме: «**Евкл. пр.**»	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Решение задач по теме: **Евклидовы пространства** Подготовить	проработка учебного материала, разбор тестов по

теоретическую часть по теме «Линейные функционалы и операторы»	данной теме, решение задач, конспектирование отдельных вопросов.
Подготовить теоретическую часть по теме: «**Измеримые функции**»	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Подготовить теоретическую часть по теме: «**Интеграл Лебега**»	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.
Повторить весь пройденный материал	проработка учебного материала, обработка аналитических данных, решение задач, контрольные работы, работа с тестами и заданиями, конспектирование отдельных вопросов.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется методами самообучения и самоконтроля в двух направлениях:

- для закрепления и углубления знаний и навыков, полученных на лекционных и практических занятиях;
- для самостоятельного изучения отдельных тем и вопросов дисциплины.

Самостоятельная работа осуществляется в виде:

- конспектирования учебной, научной и периодической литературы;
- проработки учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературы);
- подготовки сообщений и докладов к семинарам и практическим занятиям, к участию в тематических дискуссиях, работе научного кружка и конференциях;
- работы с нормативными документами и законодательной базой, с первичными документами и отчетностью предприятий;
- поиска и обзора научных публикаций и электронных источников информации, подготовки заключения по обзору информации;
- выполнения лабораторных, контрольных работ, творческих (проектных) заданий, курсовых работ (проектов);
- решения практических и ситуационных задач;
- составления аналитических таблиц, графического оформления материала;
- написания рефератов, докладов;
- работы с тестами и контрольными вопросами для самопроверки;
- анализа отчетной информации организаций различных организационно-правовых форм и видов деятельности;
- моделирования и анализа конкретных проблемных ситуаций;
- написания выводов и предложений на основе проведенного анализа.

Результаты самостоятельной работы контролируются и учитываются при текущем и промежуточном контроле успеваемости обучающегося. При этом проводятся тестирование, экспресс-опрос и фронтальный опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов и сообщений по дополнительному материалу к лекциям, проверка домашних контрольных работ и т.д.

Привести литературу для учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция	Этапы формирования	Процедура оценивания
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез	**Знать:** осуществлять поиск, критический анализ и синтез	Устный опрос,

информации, применять системный подход для решения поставленных задач	информации **Уметь:** решать математические задачи. **Владеть:** применять системный подход для решения поставленных задач	тестирование, контрольная работа.
ПК-5 Владеть основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	Знать использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по предмету.. Уметь: применять различные способы решения задач. Владеть: базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	**Оценочная шкала**		
	Удовлетворительно	**Хорошо**	**Отлично**
Знать: осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации **Уметь:** решать практические задачи. **Владеть:** применять системный подход для решения поставленных задач	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности компетенций.	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.

ПК-5- Способен осваивать и использовать базовые научно- теоретические знания классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.

Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	**Оценочная шкала**		
	Удовлетворительно	**Хорошо**	**Отлично**
Знать использованием базовых научно-теоретических знаний и практических умений по предмету.. Уметь: применять различные способы решения задач. Владеть: базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом..	Знает основной материал, но допускает неточности, При решении примеров, задач допускает ошибки.	Знает учебный материал. Умеет правильно применить теорию при выполнении практических заданий, владеет необходимыми приемами выполнения практических заданий, но затрудняется с применением знаний, связанных с новыми нестандартными задачами. показывает должный уровень сформированности	Знает глубоко и прочно учебный материал, свободно отвечает на вопросы, свободно решает задачи, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения

		компетенций.	практических заданий, показывает должный уровень сформированности компетенций.

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные варианты контрольных работ

ЗАДАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ № 1.

Вариант № 1.

1. Определение метрического пространства. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ с расстоянием $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}(y_k - x_k)^2}$ образует метрическое пространство.
2. Доказать, что $C[a,b]$ – нормированное пространство

Вариант № 2

1. Доказать, что множество всех непрерывных на $[a,b]$ функций образует метрическое пространство, если под расстоянием между двумя элементами f и g этого множества определить $\rho(f, g) = \max_{a \le x \le b} | f(x) - g(x)|$.
2. Показать, что пространство $L_2[a,b]$, состоящее из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций, со скалярным произведением $(f, g) = \int_a^b f(x)g(x)dx$ является евклидовым пространством.

Вариант № 3

1. Показать, что $n-$мерное арифметическое пространство R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, с обычными операциями сложения и умножения и скалярным произведением $(x, y) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ есть евклидово пространство.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ положить $\| x \|_1 = \sum_{k=1}^{n} \left| x_k \right|$, то это пространство будет нормированным

Вариант № 4

1. Доказать, что ℓ_2 - метрическое пространство.

2. Разложить функцию $y = x^2$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.

Вариант № 5

1. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ с расстоянием $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}(y_k - x_k)^2}$ образует метрическое пространство.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ положить $\| x \| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_k^2}$, то это пространство будет нормированным.

Вариант № 6

1. Доказать, что $C[a, b]$ – метрическое пространство.
2. Доказать, что $R-$ нормированное пространство

Вариант № 7

1. Является ли множество действительных чисел метрическим пространством, если расстояние между элементами этого множества определить $\rho(x, y) = | x - y |$.
2. Показать, что если в действительном $n-$мерном пространстве R^n с элементами $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ положить $\| x \|_\infty = \max\limits_{1 \le k \le n} | x_k |$, то это пространство будет нормированным.

Вариант № 8

1. Показать, что множество упорядоченных групп из n действительных чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ с расстоянием $\rho(x, y) = \max\limits_{1 \le k \le n} | y_k - x_k |$ образует метрическое пространство
2. Разложить функцию $y = x$ в ряд Фурье в интервале $(0, 2\pi)$.

Вариант № 9

1. Показать, что в пространстве $L_2[-\pi, \pi]$ непрерывных на $[-\pi, \pi]$ функций тригонометрическая система ½, $\cos nt, \sin nt \ (n = 1, 2, ...)$ образует ортогональную систему.
2. Евклидово пространство как нормированное.

Вариант № 10

1. Линейная независимость ортогональной системы.
2. Нормированное пространство как метрическое.

ЗАДАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ № 2.

Вариант № 1.

1. Доказать, что сумма конечного числа измеримых множеств измерима.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E задана измеримая функция $f(x)$ и $c = const$, то

$$\int_E cf(x)dx = c\int_E f(x)dx.$$

Вариант № 2.

1. Доказать, что пересечение конечного числа измеримых множеств измерима.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E заданы измеримые функции $f(x)$ и $g(x)$, то

$$\left[\int_E f(x) + g(x)\right]dx = \int_E f(x)dx + \int_E g(x)dx.$$

Вариант № 3.

1. Доказать, что если функция $f(x)$ измерима на множестве E, то измеримы функции $cf(x),\ f(x)+c,\ c = const$.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E измеримая функция удовлетворяет условию $a \le f(x) \le b$, то

$$amE \le \int_E f(x)dx \le bmE.$$

Вариант № 4.

1. Доказать, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на множестве E, то измеримы функции $f(x)+g(x),\ f(x)\cdot g(x)$.
2. Доказать, что если на измеримом множестве E измеримая функция удовлетворяет неравенству $f(x) \le g(x)$, то

$$\int_E f(x)dx \le \int_E g(x)dx.$$

Вариант № 5.

1. Доказать, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ измеримы на множестве E, то измеримы функции $f^2(x),\ f(x)/g(x)$.
2. Доказать, что разность и симметрическая разность двух измеримых множеств измеримы.

Примерные тестовые задания для текущего контроля по дисциплине «Теории функции действительного переменного».

МОДУЛЬ 1. Метрические, линейные, нормированные и евклидовы пространства.

Вариант 1.

1. Множество N натуральных чисел является:
   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на R:
   1) $\rho(x,y) = x - y$;
   2) $\rho(x,y) = y - x$;
   3) $\rho(x,y) = |x - y|$;
   4) $\rho(x,y) = \sin(x - y) \qquad x, y \in R$

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется точкой прикосновения множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:
   1) одну точку из М;
   2) хотя бы одну точку из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) конечное число точек из М.

4. В пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций $f = f(x)$ на отрезке $[a,b]$ норма определяется формулой:
   1) $\|f\| = | f(x) |$;
   2) $\|f + g\| = | f(x) + g(x) |$;
   3) $\|f\| = \max\limits_{a \le x \le b} | f(x) |$;
   4) $\|f\| = \min\limits_{a \le x \le b} | f(x) |$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:
   1) $N -$ множество натуральных чисел;
   2) $Z -$ множество целых чисел;
   3) $Q -$ множество рациональных чисел;
   4) $R -$ множество действительных чисел;

6. В $n-$мерном арифметическом пространстве R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$, скалярное произведение определяется равенством: $x,y\in R^n$

1) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)$; 3) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$;

2) $(x,y)=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i$; 4) $(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$

Вариант 2.

1. Множество Q рациональных чисел является:
   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на $R^n=\{(a_1,a_2,...,a_n)\,|\,a_i\in R,\ i=1,...,n\}$, $x,y\in R^n$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)$, $y=(y_1,y_2,...,y_n)$:

   1) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$; 3) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$

   2) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2}$; 4) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)}$.

3. Точка $x\in X$ ($X-$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M\subset X$, если любая ее окрестность содержит:
   1) одну точку из М;
   2) конечное число точек из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n=\{(a_1,a_2,...,a_n)\,|\,a_i\in R,\ i=1,...,n\}$, $x\in R^n$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\ 2}}$; 3) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\ 3}}$

   2) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i}$; 4) $\|x\|=\sum_{i=1}^{n}x_i$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:
   1) $N-$ множество натуральных чисел;
   2) $Z-$ множество целых чисел;
   3) $Q-$ множество рациональных чисел;
   4) $C-$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве l_2, элементами которого служат всевозможные последовательности действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n,...)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{i=1}^{\infty}x_i^2<\infty$$

скалярное произведение определяется равенством: $x,y\in l_2$

1) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)$; 3) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)^2$;

2) $(x,y)=\sum_{i=1}^{\infty}x_i\cdot y_i$; 4) $(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i+y_i)^2}$

Вариант 3.

1. Множество R действительных чисел является:
   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным

множеством.

2. Какая из следующих функций задает метрику на
   $R^n=\{(a_1,a_2,\dots,a_n)\,|\,a_i\in R,\, i=1,\dots,n\}$, $x,y\in R^n$, $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$, $y=(y_1,y_2,\dots,y_n)$:

   1) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$; 3) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)$

   2) $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$; 4) $\rho(x,y)=\sum_{i=1}^{n}|\,x_i-y_i\,|$.

3. Точка $x\in X$ ($X-$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M\subset X$, если любая ее окрестность содержит:
   1) одну точку из М;
   2) конечное число точек из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n=\{(a_1,a_2,\dots,a_n)\,|\,a_i\in R,\, i=1,\dots,n\}$, $x\in R^n$, $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\|x\|=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}$; 3) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,3}}$

   2) $\|x\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i}$; 4) $\|x\|=\sum_{i=1}^{n}|\,x_i\,|$

5. Какое из следующих числовых множеств не является линейным пространством:
   2) $Q-$ множество рациональных чисел;
   3) $R-$ множество действительных чисел;
   4) $C-$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве $L_2[a,b]$, состоящем из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций $f=f(x)$, $g=g(x)$, скалярное произведение

   определяется равенством $(f,g)=\int_a^b f(x)g(x)dx$

   1) $(f,g)=\int_a^b f(x)g(x)dx$; 3) $(f,g)=\int_a^b\big(f(x)-g(x)\big)dx$;

   2) $(f,g)=\int_a^b\big(f(x)+g(x)\big)dx$; 4) $(f,g)=\sqrt{\int_a^b\big(f(x)-g(x)\big)^2dx}$.

МОДУЛЬ 2. Мера, измеримые функции, интеграл Лебега.

Вариант 1.

1. Мерой интервала (a,b) называется, число:
   1) $m(a,b)=b-a$;
   2) $m(a,b)=b+a$;
   3) $m(a,b)=a-b$.

2. Функция $f(x)$, заданная на множестве E, называется *измеримой,* если:
   1) это множество E измеримо;
   2) при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$;
   3) множество E измеримо и при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$.

3. Если измеримые ограниченные функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на множестве E, эквивалентны, то
   1) $\int\limits_E f(x)dx<\int\limits_E g(x)dx;$
   2) $\int\limits_E f(x)dx>\int\limits_E g(x)dx;$
   3) $\int\limits_E f(x)dx=\int\limits_E g(x)dx;$

Вариант 2.

1. Внешней мерой m^*E ограниченного множества E называется:
   1) точная нижняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащихся в E;
   2) точная нижняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащих множество E;
   3) точная верхняя граница всевозможных мер всевозможных открытых ограниченных множеств, содержащихся в E.

2. Две функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на одном и том же множестве E называются эквивалентными, если:
   1) $mE(f>g)=0$;
   2) $mE(f<g)=0$;
   3) $mE(f\neq g)=0$.

3. В определении интеграла Лебега точки x группируются:
   1) по признаку близости их на оси Ox;
   2) по признаку достаточной близости соответствующих значений функции;
   3) произвольным образом.

Тесты итогового контроля

Вариант 1.

1. Множество R действительных чисел является:
   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным

множеством.

2. Какая из следующих функций задает метрику на $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x, y \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$:

   1) $\rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2$;
   3) $\rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$
   2) $\rho(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2}$;
   4) $\rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|$.

3. Точка $x \in X$ ($X -$ метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:
   1) одну точку из М;
   2) конечное число точек из М;
   3) ни одной точки из М;
   4) бесконечное число точек из М.

4. В пространстве $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, норма определяется формулой:

   1) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$;
   3) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,3}}$
   2) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$;
   4) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} | x_i |$.

5. Какое из следующих числовых множеств не является линейным пространством:
   1) $Q -$ множество рациональных чисел;
   2) $R -$ множество действительных чисел;
   3) $C -$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве $L_2[a,b]$, состоящем из непрерывных на $[a,b]$ действительных функций $f = f(x)$, $g = g(x)$, скалярное произведение

   определяется равенством $(f,g) = \int_a^b f(x)g(x)dx$

   1) $(f,g) = \int_a^b f(x)g(x)dx$;
   3) $(f,g) = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)dx$;
   2) $(f,g) = \int_a^b \big(f(x) + g(x)\big)dx$;
   4) $(f,g) = \sqrt{\int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)^2 dx}$.

7. Две функции $f(x)$ и $g(x)$, заданные на одном и том же множестве Е называются эквивалентными, если:
   1) $mE(f > g) = 0$;
   2) $mE(f < g) = 0$;
   3) $mE(f \neq g) = 0$.

Вариант 2.

1. Множество Q рациональных чисел является:
   1) конечным;
   2) счетным;
   3) пустым;
   4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на
   $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x, y \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$:
   1) $\rho(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)^2}$;
   3) $\rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)^2$
   2) $\rho(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}$;
   4) $\rho(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)}$.

3. Точка $x \in X$ ($X -$метрическое пространство) называется *предельной точкой* множества $M \subset X$, если любая ее окрестность содержит:
   1) одну точку из M;
   2) конечное число точек из M;
   3) ни одной точки из M;
   4) бесконечное число точек из M.

4. В пространстве $R^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in R, i = 1, \ldots, n\}$, $x \in R^n$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, норма определяется формулой:
   1) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}}$;
   3) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^{3}}$
   2) $\| x \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$;
   4) $\| x \| = \sum_{i=1}^{n} x_i$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:
   1) $N -$ множество натуральных чисел;
   2) $Z -$ множество целых чисел;
   3) $Q -$ множество рациональных чисел;
   4) $C -$ множество комплексных чисел;

6. В линейном пространстве l_2, элементами которого служат всевозможные последовательности действительных чисел $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 < \infty$$

   скалярное произведение определяется равенством: $x, y \in l_2$
   1) $(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty}(x_i + y_i)$;
   3) $(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty}(x_i + y_i)^2$;
   2) $(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot y_i$;
   4) $(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i + y_i)^2}$

7. Функция $f(x)$, заданная на множестве Е, называется *измеримой,* если:
   1) это множество Е измеримо;
   2) при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$;
   3) множество Е измеримо и при любом a измеримо множество $E(f>a)=\{x\in E \mid f(x)>a\}$.

Вариант 3.

1. Множество N натуральных чисел является:
1) конечным;
2) счетным;
3) пустым;
4) несчетным.

2. Какая из следующих функций задает метрику на R:
1) $\rho(x,y)=x-y$;
2) $\rho(x,y)=y-x$;
3) $\rho(x,y)=|x-y|$;
4) $\rho(x,y)=\sin(x-y)$ $\quad x,y\in R$

3. Точка $x\in X$ ($X-$метрическое пространство) называется точкой прикосновения множества $M\subset X$, если любая ее окрестность содержит:
1) одну точку из М;
2) хотя бы одну точку из М;
3) ни одной точки из М;
4) конечное число точек из М.

4. В пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций $f=f(x)$ на отрезке $[a,b]$ норма определяется формулой:
1) $\|f\|=|f(x)|$;
2) $\|f+g\|=|f(x)+g(x)|$;
3) $\|f\|=\max\limits_{a\le x\le b}|f(x)|$;
4) $\|f\|=\min\limits_{a\le x\le b}|f(x)|$

5. Какое из следующих числовых множеств является линейным пространством:
1) $N-$ множество натуральных чисел;
2) $Z-$ множество целых чисел;
3) $Q-$ множество рациональных чисел;
4) $R-$ множество действительных чисел;

6. В $n-$мерном арифметическом пространстве R^n, элементами которого служат системы действительных чисел $x=(x_1,x_2,...,x_n)$, скалярное произведение определяется равенством: $x,y\in R^n$

1) $(x,y)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i+y_i)$;
3) $(x,y)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2$;
2) $(x,y)=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i$;
4) $(x,y)=\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i+y_i)^2}$

7. В определении интеграла Лебега точки x группируются:
   1) по признаку близости их на оси Ox;

2) по признаку достаточной близости соответствующих значений функции;
3) произвольным образом.

Примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен)

Контрольные вопросы по курсу.

1.Понятие множество. Операции над множествами.
2. Счетные и несчетные множества. Примеры.
3. Эквивалентность множеств. Мощность множества. Примеры.
4. Определение метрического пространства. Примеры.
5. Замыкание множества. Предельная точка. Сходимость.
6. Открытые и замкнутые множества.
7. Открытые и замкнутые множества на числовой прямой.
8. Полнота метрических пространств.
9. принцип сжимающих отображений.
10. Компактность множеств в метрических пространствах.
11. Линейные пространства. Примеры.
12. Линейная зависимость и независимость элементов.
13. Линейные функционалы. Примеры.
14. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
15. Теорема Хана-Банаха.
16. Определение нормированного пространства. Примеры.
17. Евклидовы пространства. Примеры.
18. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
19. Замкнутые ортогональные системы.
20. Полные евклидовы пространства. Теорема Рисса-Фишера.
21. Линейные функционалы и операторы.
22. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве.
23. Мера элементарных множеств.
24. Лебегова мера плоских множеств.
25. Аддитивность и $\sigma -$аддитивность меры.
26. определение и основные свойства измеримых множеств.
27. Действия над измеримыми функциями.
28. Эквивалентность функций. Сходимость почти всюду.
30. Определение интеграла Лебега.
31. Основные свойства интеграла Лебега.
32. Предельный переход под знаком интеграла.
33. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

Всего по дисциплине студент может набрать 100 баллов (или более с учетом бонусных баллов), из которых 20 баллов составляют баллы за посещаемость, 50 – за активность и 30 студент получает на экзамене.

Всего по дисциплине предусмотрено два модуля. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, показатели (по посещению, активности, рубежного контроля) перемножаются на соответствующие коэффициенты. Данные коэффициенты определяются отдельно для каждого модуля следующим образом:

Коэффициент посещения - $K_{посещ.}=10/N_{зан.}$

Коэффициент активности - $K_{актив.}=25/N_{актив.}$

Где:

$N_{зан.}$ – количество занятий (пар) по дисциплине в данном модуле;

$N_{актив.}$ – максимальное количество баллов, которое может набрать студент на занятиях (практических, семинарских, лабораторных) в данном модуле + баллы, полученные на рубежном контроле.

Баллы, полученные студентами, заносятся в журнал БРС сразу после окончания занятия, во время которого эти баллы были получены.

Оценка на промежуточном контроле (экзамен) выставляется по результатам баллов, полученным студентом в сумме обоих модулей по следующей таблице

Набранные студентом баллы	Оценка на промежуточном контроле
от 0 до 50	неудовлетворительно
от 51 до 64	удовлетворительно
от 65 до 74	хорошо
от 75 до 100	отлично

Для процедура оценивания используются тесты, контрольные работы.

Наиболее способным студентам преподаватель рекомендует специальную научную разработку отдельных тем и проблем курса в рамках работы кафедрального кружка студенческого научного общества с последующими выступлениями на ежегодных научных конференциях университета.

Тестирование: на практических занятиях реализуется **тестирование** студентов с целью контроля результатов их самостоятельной работы по усвоению основных понятий и тем курса.

Оценка работы с тестовыми заданиями:

0- 20 % правильных ответов оценивается как «неудовлетворительно»; 30-50% - «удовлетворительно»; 60-80% - «хорошо»; 80-100% – «отлично».

Система оценки ответа студента на зачете:

Оценка "незачтено" выставляется при незнании основных вопросов материала или при наличии грубых ошибок в ответах на них, неумении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

Оценка "зачтено" выставляется при достаточно полном знании материала учебной программы, отсутствии существенных неточностей при его изложении и в ответах на вопросы, умении решать практические задачи.

8. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Результаты формирования компетенций по дисциплине оцениваются по балльно-рейтинговой системе.

Всего по дисциплине студент может набрать 100 баллов (или более с учетом бонусных баллов), из которых 20 баллов составляют баллы за посещаемость, 50 – за активность и 30 студент получает на зачете или на экзамене.

Всего по дисциплине предусмотрено два модуля. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, показатели (по посещению, активности, рубежного контроля) перемножаются на соответствующие коэффициенты. Данные коэффициенты определяются отдельно для каждого модуля следующим образом:

Коэффициент посещения - $К_{посещ.}=10/N_{зан.}$

Коэффициент активности - $К_{актив.}=25/N_{актив.}$

Где:

$N_{зан.}$ – количество занятий (пар) по дисциплине в данном модуле;

$N_{актив.}$ – максимальное количество баллов, которое может набрать студент на занятиях (практических, семинарских, лабораторных) в данном модуле + баллы, полученные на рубежном контроле.

Баллы, полученные студентами, заносятся в журнал БРС сразу после окончания занятия, во время которого эти баллы были получены.

Оценка на промежуточном контроле (зачет, экзамен) выставляется по результатам баллов, полученным студентом в сумме обоих модулей по следующей таблице

Набранные студентом баллы	Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается экзаменом (зачетом с оценкой)	Оценка на промежуточном контроле, если дисциплина завершается зачетом
от 0 до 50	неудовлетворительно	не зачтено
от 51 до 64	удовлетворительно	зачтено
от 65 до 74	хорошо	
от 75 до 100	отлично	

Для процедура оценивания используются тесты, контрольные работы.

Наиболее способным студентам преподаватель рекомендует специальную научную разработку отдельных тем и проблем курса в рамках работы кафедрального кружка студенческого научного общества с последующими выступлениями на ежегодных научных конференциях университета.

Тестирование: на практических занятиях реализуется **тестирование** студентов с целью контроля результатов их самостоятельной работы по усвоению основных понятий и тем курса.

Оценка работы с тестовыми заданиями:

0- 20 % правильных ответов оценивается как «неудовлетворительно»; 30-50% - «удовлетворительно»; 60-80% - «хорошо»; 80-100% – «отлично».

Система оценки ответа студента на зачете:

Оценка "незачтено" выставляется при незнании основных вопросов материала или при наличии грубых ошибок в ответах на них, неумении на основе теоретических знаний решать практические задачи.

Оценка "зачтено" выставляется при достаточно полном знании материала учебной программы, отсутствии существенных неточностей при его изложении и в ответах на вопросы, умении решать практические задачи.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Дерр.В.Я. Д36 Теория функций действительной переменной. Лекции и упражнения: Учеб.пособие/В.Я.Дерр.-М.:Высшая школа 2008.-384с.
2. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Б64 Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве: Учебное пособие. 2-е изд. СПб.: Издательство «Лань», 2010.-464с.
3. Бакушинский А.Б. Б.198 А.Б Элементы функционального анализа : учеб.пособие для.студентов М.6Издательский центр «Академия», 2011.-192с.
4. Шарапудинов И.И. Некоторые вопросы теории приближений в пространствах Лебега с переменным показателем, Владикавказ Изд-во научного центра РАН, 2012.
5. Крепкогорский, В. Л. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Л. Крепкогорский. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 116 c. — ISBN 978-5-7882-1650-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/62016.html
6. Осиленкер, Б. П. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебно-практическое пособие / Б. П. Осиленкер. — Москва : Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 132 c. — ISBN 978-5-7264-1186-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/60819.html

8.2. Дополнительная литература.

1) Грибанов Ю.И. Функциональный анализ в упражнениях. Казань: Изд. КГУ
2) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
3) Очан Ю.С. Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного. М.: Просвещение, 1965.
4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
5) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С.,

Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1) Википедия http://ru.wikipedia.org/wiki
2) Образовательный математический сайт «Экспонента» http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/
3) Мир математических уравнений http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm
4) Allmath.ru . Вся математика в одном месте! http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm
5) Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff
6) Www.mathedu.ru
7) www.libgen.info

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для изучения курса студентам необходимо использовать лекционный материал, учебники и учебные пособия из списка литературы, статьи из периодических изданий, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Кроме того, целесообразно использовать следующие методические материалы:

1. Варианты контрольных работ и тестов.
2. Задачи для практических занятий самостоятельной работы
3. Раздаточный материал для практических занятий.
4. Задания для промежуточного и текущего контроля знаний студентов.
5. Электронную базу данных по дисциплине.
6. Рабочие тетради студентов.

Для теоретического и практического усвоения дисциплины большое значение имеет самостоятельная работа студентов, которая может осуществляться студентами индивидуально и под руководством преподавателя.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, направлена на более глубокое усвоение изучаемого курса, формирование навыков исследовательской работы и ориентирование студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Учебный материал дисциплины «Теория функций действительного переменного» состоит из следующих разделов: 1) Элементы теории множеств; 2) Метрические пространства; 3). Линейные пространства; 4 Нормированные пространства; 5) Евклидовы пространства; 6) Мера плоских множеств; 7) Измеримые функции; 8) Интеграл Лебега

После изучения теоретического материала студент должен:

знать основными положениями классических разделов ТФДП.

овладеть навыками применения основных алгоритмов ТФДП во всех разделах математического знания.

По окончании практического курса студент должен:

- Свободно владеть основными понятиями *теории функции действительной переменной* и *функционального анализа.*

Для успешного освоения учебного материала курса «Теория функций действительного переменного» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе практических занятий.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- **экзамен**

11.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Электронная библиотека курса, конспекты лекций, задания для практических занятий и самостоятельной работы, варианты тестовых заданий для проверки текущих и остаточных знаний студентов, варианты заданий для текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся
2. Компьютерное и мультимедийное оборудование МИУ.
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения лекционных и практических занятий имеются аудитории, оснащенные всей необходимой мебелью и инвентарем. Для отдельных занятий аудитории оснащены проектором, ноутбуком и интерактивным экраном для демонстрации слайдов и т.п.